

CBS

Colegio Bautista Shalom



Matemáticas 2

Segundo Básico

Cuarto Bimestre

Contenidos

ESTADÍSTICA

- ✓ MEDIDAS DE POSICIÓN.
- ✓ PROBABILIDADES.
 - HISTORIA.
 - ¿QUÉ ES UNA PROBABILIDAD?
 - SUCESO.
 - TIPOS DE SUCESOS.
 - ESPACIO MUESTRAL.
 - SUCESO ALEATORIO.
- ✓ INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA.
 - INSTRUMENTOS ESTADÍSTICOS.
- ✓ MEDIDAS DE TENDENCIA.
 - MEDIA ARITMÉTICA.
 - MEDIANA.
 - MODA (Mo).

VALOR ABSOLUTO Y RELATIVO

SISTEMAS DE NUMERACIÓN POSICIONAL

- ✓ NOTACIÓN POSICIONAL.
- ✓ SÍMBOLOS DEL SISTEMA.
- ✓ CONVERSIÓN.

NOTA: conforme vayas avanzando en el aprendizaje de cada uno de los temas desarrollados encontrarás ejercicios a resolver. Sigue las instrucciones de tu catedrático(a).

ESTADÍSTICA

MEDIDAS DE POSICIÓN

Estos valores son de la misma familia de la mediana, por lo que, para calcularlos en las distribuciones de datos agrupados en intervalos, podemos utilizar la fórmula de la mediana, solo que el total de los datos en lugar de dividirlo entre dos, lo dividimos entre 4 para los cuartiles, entre 10 para deciles y entre 100 para los percentiles. Para calcular las medidas de posición es necesario que los datos estén ordenados de menor a mayor.

Cálculo de los cuartiles: son los valores que dividen los datos en cuatro partes iguales. Estos valores representados por Q_1 , Q_2 y Q_3 , se llaman primero, segundo y tercer cuartil.

Q_1 , Q_2 y Q_3 determinan los valores correspondientes al 25%, al 50% y al 75% de los datos.

Q_2 coincide con la mediana.

Para calcular los cuartiles, se utilizan las fórmulas:

$$Q_1 = l + \left(\frac{\frac{N}{4} - faa}{f_{Q_1}} \right) i \quad Q_2 = l + \left(\frac{\frac{2N}{4} - faa}{f_{Q_2}} \right) i \quad Q_3 = l + \left(\frac{\frac{3N}{4} - faa}{f_{Q_3}} \right) i$$

En donde:

L = límite inferior del intervalo en donde se encuentra el cuartil buscado.

N = Total de los casos.

Faa = frecuencia acumulada anterior al intervalo en donde se encuentra el cuartil buscado.

F_Q = Frecuencia de intervalo en donde se encuentra el cuartil buscado.

i = Amplitud del intervalo.

Ejemplo:

Calcular el cuartil uno, cuartil dos y cuartil tres de la distribución de frecuencias de una prueba objetiva de estadística.

x	f	fa
60 - 57	8	8
68 - 75	7	15
76 - 83	10	25
84 - 91	6	31
92 - 99	4	35

Soluciones:

Cuartil uno:

$$N/4 = 35/4 = 8.75$$

$$Q_1 = 67.5 + \left(\frac{8.75 - 8}{7} \right) 8 = 67.5 + 0.86 = 68.36$$

Cuartil dos:

$$2N/4 = (2 \times 35) / 4 = 17.5$$

$$Q_2 = 75.5 + \left(\frac{17.5 - 15}{10} \right) 8 = 75.5 + 2 = 77.5$$

Cuartil tres

$$3N/4 = (3 \times 35) / 4 = 26.25$$

$$Q_3 = 83.5 + \left(\frac{26.25 - 25}{6} \right) 8 = 83.5 + 1.67 = 85.17$$

El rango **inter - cuartil** es la diferencia entre el tercer cuartil y el primero

$$Q = Q_3 - Q_1$$

Rango o amplitud semi - intercuartil, es la mitad del rango inter cuartilico (Q_d). Tiene la ventaja sobre el rango de que elimina el influjo de las puntuaciones extremas, porque se calcula mediante los cuartiles primero y tercero y su fórmula es:

$$Q = \left(\frac{Q_3 - Q_1}{2} \right)$$

Ejemplo:

En la distribución anterior, vamos a encontrar el rango intercuartil y la desviación cuartil.

$$Q = 85.17 - 68.37 = 16.81$$

$$Q_d = \frac{16.81}{2} = 8.40$$

Este resultado significa que más o menos la mitad de los alumnos obtuvieron notas entre 68.36 y 85.16 puntos o que tienen una desviación con respecto a la mediana de 8.40 puntos.

EJERCICIO 01: halla el cuartil uno, cuartil dos, cuartil tres y desviación cuartil de la distribución de frecuencia de los siguientes ejercicios y en cada uno de los problemas describe el resultado de manera verbal.

1)

x	f
58 - 65	2
66 - 73	6
74 - 81	15
82 - 89	13
90 - 97	6

2)

x	f
19 - 23	15
24 - 28	16
29 - 33	20
34 - 38	14
39 - 43	8
44 - 48	7

3) Si el $Q_3 = 7$ y $Q_1 = 4$

- a) Halla la desviación cuartil
- b) Halla la mediana si esta es igual a: $Md = Q_1 + Q_d$
- c) Comprobando, halla el cuartil tres, si: $Q_3 = Md + Q_d$

Cálculo de los deciles: si en lugar de dividir la distribución de frecuencias en 4 partes iguales la dividimos en 10 partes iguales, tendremos 9 puntos de división, correspondiendo a cada punto un valor que es un decil. Así el primer decil.

Formula:

$$D_x = L + \left(\frac{\frac{Nx}{10} - faa}{fD_x} \right) i$$

En donde:

L = límite inferior del intervalo en donde se encuentra el cuartil buscado.

N= Total de los casos. Es la suma de las frecuencias absolutas.

Faa= frecuencia acumulada anterior al intervalo en donde se encuentra el decil buscado.

F_Q = Frecuencia de intervalo en donde se encuentra el cuartil buscado.

i = Amplitud del intervalo

Ejemplo:

x	f	fa
50 - 60	8	8
60 - 70	10	18
70 - 80	16	34
80 - 90	14	48
90 - 100	10	58
100 - 110	5	63
110 - 120	2	65
Suma de los casos =	65	

Nota: recuerda que la frecuencia acumulada se obtiene de sumar la frecuencia, como vemos en el ejemplo en la primera línea la frecuencia acumulada es 8, la segunda frecuencia acumulada es $8+10 = 18$, la tercera frecuencia acumulada es $18 + 16 = 34$ y así consecutivamente.

Decil uno:

$$N/10 = (65 \times 1) / 10 = 6.5$$

$$D_1 = 50 + \left(\frac{6.5 - 0}{8} \right) 10 = 50 + 8.1 = 58.10$$

Decil dos:

$$2N/10 = (2 \times 65) / 10 = 13$$

$$D_2 = 60 + \left(\frac{13 - 8}{10} \right) 10 = 60 + 5 = 65$$

Decil tres:

$$3N/10 = (3 \times 65) / 10 = 19.5$$

$$Q_3 = 70 + \left(\frac{19.5 - 18}{16} \right) 10 = 70 + 0.93 = 70.94$$

EJERCICIO 02:

- 1) Calcula la frecuencia acumulada y halla los deciles tres, cuatro, seis y nueve.

x	f
58 - 65	2
66 - 73	6
74 - 81	15
82 - 89	13
90 - 97	6

- 2) Calcula la frecuencia acumulada y halla los deciles tres, cinco, siete y ocho.

x	f
19 - 23	15
24 - 28	16
29 - 33	20
34 - 38	14
39 - 43	8
44 - 48	7

- 3) Calcula la frecuencia acumulada y halla los deciles uno, cuatro y nueve.

x	f
40 - 60	9
61 - 80	15
81 - 120	27
121 - 140	10
141 - 160	5
161 - 180	12

Cálculo de los percentiles: si dividimos el número total de los casos de una distribución de frecuencias en cien partes iguales, obtenemos noventa y nueve puntos, llamados percentiles o centiles. El percentil que coincide con la mediana es cincuenta; el percentil que coincide con la mediana es cincuenta; el percentil veinticinco es igual al cuartil uno; el percentil setenta y cinco al cuartil tres.

El percentil P de una distribución de frecuencias agrupadas en intervalos, es el valor tal que el P por ciento de los elementos u observaciones tienen un valor inferior a este valor.

Formula:

$$P_x = L + \left(\frac{\frac{Nx}{100} - f_{aa}}{fp_x} \right) i$$

En donde:

L = límite inferior del intervalo en donde se encuentra el cuartil buscado.

N = Total de los casos. Es la suma de las frecuencias absolutas.

Faa = frecuencia acumulada anterior al intervalo en donde se encuentra el percentil buscado.

F_Q = Frecuencia de intervalo en donde se encuentra el cuartil buscado.

i = Amplitud del intervalo

Ejemplo:

Calcular el percentil cuarenta y setenta de la distribución de frecuencias de una prueba objetiva de estadística.

x	f	fa
60 - 67	8	8
68 - 75	7	15
76 - 83	10	25
84 - 91	6	31
92 - 99	4	35

Soluciones:

Percentil Cuarenta:

$$\frac{35 \times 40}{100} = 14$$

$$P_{40} = 67.5 + \left(\frac{14 - 8}{7}\right) 8 = 67.5 + 6.86 = 74.36$$

Percentil Setenta:

$$\frac{35 \times 70}{100} = 24.5$$

$$P_{70} = 75.5 + \left(\frac{24.5 - 15}{10}\right) 8 = 75.5 + 7.6 = 83.10$$

EJERCICIO 03:

- 1) Calcula la frecuencia acumulada y halla los percentiles treinta y cinco y ochenta.

x	f
58 - 65	2
66 - 73	6
74 - 81	15
82 - 89	13
90 - 97	6

- 2) Calcula la frecuencia acumulada y halla los percentiles treinta, setenta y ochenta y cinco.

x	f
19 - 23	15
24 - 28	16
29 - 33	20
34 - 38	14
39 - 43	8
44 - 48	7

- 3) Calcula la frecuencia acumulada y halla los percentiles cuarenta, cincuenta, sesenta y uno y finalmente ochenta y cuatro.

x	f
40 - 60	9
61 - 80	15
81 - 120	27
121 - 140	10
141 - 160	5
161 - 180	12

Prueba objetiva del capítulo: responde las siguientes preguntas.

- 1) ¿Qué son los cuartiles?
- 2) ¿Qué decil coincide con la mediana?
- 3) ¿Qué es rango intercuartil? Explica con tus palabras.
- 4) ¿Qué es un percentil?
- 5) Si el percentil 35 de una distribución vale 17.50, ¿Por qué se dice que el 35% de la población toma el valor 17.50 valores inferiores?
- 6) ¿Qué es la desviación cuartil? Explícalo con tus propias palabras.
- 7) ¿Cuál es la diferencia entre cuartiles, deciles y percentiles?

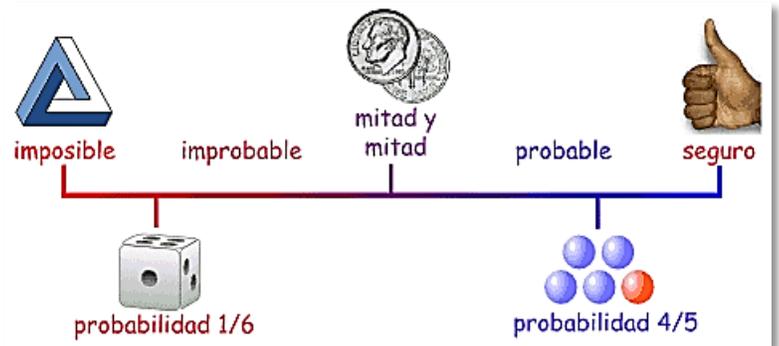
Realiza los 20 ejercicios que te indique tu catedrático/a, respecto al tema Medidas de Posición (Estadística).

PROBABILIDADES

HISTORIA

La definición de probabilidad se produjo debido al deseo del ser humano por conocer con certeza los eventos que sucederán en el futuro, es por eso por lo que a través de la historia se han desarrollado diferentes enfoques para tener un concepto de la probabilidad y determinar sus valores.

El diccionario de la Real Academia Española (R.A.E) define «azar» como una casualidad, un caso fortuito, y afirma que la expresión «al azar» significa «sin orden». La idea de Probabilidad está íntimamente ligada a la idea de azar y nos ayuda a comprender nuestras posibilidades de ganar un juego de azar o analizar las encuestas. Pierre-Simon Laplace afirmó: "Es notable que una ciencia que comenzó con consideraciones sobre juegos de azar haya llegado a ser el objeto más importante del conocimiento humano". Comprender y estudiar el azar es indispensable, porque la probabilidad es un soporte necesario para tomar decisiones en cualquier ámbito.



Según Amanda Dure, "Antes de la mitad del siglo XVII, el término 'probable' (en latín probable) significaba aprobable, y se aplicaba en ese sentido, unívocamente, a la opinión y a la acción. Una acción u opinión probable era una que las personas sensatas emprenderían o mantendrían, en las circunstancias."

Aparte de algunas consideraciones elementales hechas por Girolamo Cardano en el siglo XVI, la doctrina de las probabilidades data de la correspondencia de Pierre de Fermat y Blaise Pascal (1654). Christiaan Huygens (1657) le dio el tratamiento científico conocido más temprano al concepto. Ars Conjectandi (póstumo, 1713) de Jakob Bernoulli y Doctrine of Chances (1718) de Abraham de Moivre trataron el tema como una rama de las matemáticas. Véase El surgimiento de la probabilidad (The Emergence of Probability) de Ian Hacking para una historia de los inicios del desarrollo del propio concepto de probabilidad matemática.

La teoría de errores puede trazarse atrás en el tiempo hasta Opera Miscellanea (póstumo, 1722) de Roger Cotes, pero una memoria preparada por Thomas Simpson en 1755 (impresa en 1756) aplicó por primera vez la teoría para la discusión de errores de observación. La reimpresión (1757) de esta memoria expone los axiomas de que los errores positivos y negativos son igualmente probables, y que hay ciertos límites asignables dentro de los cuales se supone que caen todos los errores; se discuten los errores continuos y se da una curva de la probabilidad.

¿QUÉ ES UNA PROBABILIDAD?

La probabilidad es un método por el cual se obtiene la frecuencia de un acontecimiento determinado mediante la realización de experimentos aleatorios, de los que se conocen todos los resultados posibles, bajo condiciones suficientemente estables. La probabilidad es un evento o suceso que puede ser improbable, probable o seguro. La teoría de la probabilidad se usa extensamente en áreas como la estadística, la física, la matemática, las ciencias y la filosofía para sacar conclusiones sobre la probabilidad discreta de sucesos potenciales y la mecánica subyacente discreta de sistemas complejos, por lo tanto, es la rama de las matemáticas que estudia, mide o determina a los experimentos o fenómenos aleatorios.

La teoría de probabilidades se ocupa de asignar un cierto número a cada posible resultado que pueda ocurrir en un experimento aleatorio, con el fin de cuantificar dichos resultados y saber si un suceso es más probable que otro.

Con este fin, introduciremos algunas definiciones:

SUCESO

Es cada uno de los resultados posibles de una experiencia aleatoria.

Ejemplos:

- Al lanzar una moneda salga cara.
- Al lanzar un dado se obtenga 4.



TIPOS DE SUCESOS

➤ Suceso elemental:

Suceso elemental es cada uno de los elementos que forman parte del espacio muestral.

Ejemplo: tirando un dado un suceso elemental es sacar 5.

➤ Suceso compuesto:

Suceso compuesto es cualquier subconjunto del espacio muestral.

Ejemplo: tirando un dado un suceso sería que saliera par, otro, obtener múltiplo de 3.

➤ Suceso seguro:

Suceso seguro, E , está formado por todos los posibles resultados (es decir, por el espacio muestral).

Ejemplo: tirando un dado obtener una puntuación que sea menor que 7.

➤ Suceso imposible:

Suceso imposible, Conjunto vacío, es el que no tiene ningún elemento.

Ejemplo: tirando un dado obtener una puntuación igual a 7.

➤ Sucesos compatibles:

Dos sucesos, A y B , son compatibles cuando tienen algún suceso elemental común.

Ejemplo: si A es sacar puntuación par al tirar un dado y B es obtener múltiplo de 3, A y B son compatibles porque el 6 es un suceso elemental común.

➤ **Sucesos incompatibles:**

Dos sucesos, A y B, son incompatibles cuando no tienen ningún elemento en común.

Ejemplo: si A es sacar puntuación par al tirar un dado y B es obtener múltiplo de 5, A y B son incompatibles.

➤ **Sucesos independientes:**

Dos sucesos, A y B, son independientes cuando la probabilidad de que suceda A no se ve afectada porque haya sucedido o no B.

Ejemplo: al lanzar dos dados los resultados son independientes.

➤ **Sucesos dependientes:**

Dos sucesos, A y B, son dependientes cuando la probabilidad de que suceda A se ve afectada porque haya sucedido o no B.

Ejemplo: extraer dos cartas de una baraja, sin reposición, son sucesos dependientes.

➤ **Suceso contrario:**

El suceso contrario a, A es otro suceso que se realiza cuando no se realiza A. Se denota por suceso contrario.

Ejemplo: son sucesos contrarios sacar par e impar al lanzar un dado.

EJERCICIO 04: escoge la respuesta correcta.

1 Uno de los sucesos elementales que se obtiene al extraer tres bolas de una urna con dos bolas rojas y una negra es....

- Sacar negra, roja, roja.
- Sacar al menos una bola blanca.
- Sacar negra, roja, negra.

2 Un suceso compuesto de lanzar un dado es...

- Sacar un 3.
- Sacar un número menor que 3.
- Sacar dos 3.

3 Un suceso imposible de lanzar un dado es que salga un número que...

- Sea menor que 6.
- No sea par ni impar.
- Sea mayor o igual que 6.

4 Es un suceso seguro que al lanzar dos dados la suma de las puntuaciones obtenidas sea....

- Menor que 12.

- Un número natural.
- Un número par.

5 Al lanzar un dado son sucesos compatibles...

- Sacar par e impar.
- Sacar múltiplo de 2 y múltiplo de 3.
- Sacar múltiplo de 3 y múltiplo de 5.

6 Son sucesos incompatibles que al lanzar dos dados la suma de las puntuaciones sea...

- Par e impar
- Par y múltiplo de 2.
- Par y múltiplo de 5.

7 Son sucesos independientes...

- Lanzar dos dados.
- La extracción de una segunda carta (sin reposición) de una baraja.
- El ADN de un hijo y el de su padre.

8 Es un suceso dependiente...

- La puntuación obtenida al lanzar un segundo dado.
- El color obtenido al sacar una segunda bola (sin reposición) de una urna con 3 bolas rojas y 2 verdes.
- El sexo de un segundo hijo.

9 El suceso contrario de que al lanzar un dado salga 2 es que salga...

- Impar.
- 1, 2, 3, 4, 5, 6.
- Distinto de 2.

10 Un suceso y su contrario son....

- Compatibles.
- Incompatibles.
- Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

ESPACIO MUESTRAL

Es el conjunto de todos los posibles resultados de una experiencia aleatoria, lo representaremos por E.

Ejemplos:

- Espacio muestral de una moneda: $E = \{C, X\}$.
- Espacio muestral de un dado: $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

SUCESO ALEATORIO

Suceso aleatorio es cualquier subconjunto del espacio muestral.

Ejemplos completos:

Una bolsa contiene bolas blancas (b) y negras (n). Se extraen sucesivamente tres bolas.

Calcular:

1. El espacio muestral.

$$E = \{(b,b,b); (b,b,n); (b,n,b); (n,b,b); (b,n,n); (n,b,n); (n,n,b); (n,n,n)\}$$

2. El suceso $A = \{\text{extraer tres bolas del mismo color}\}$.

$$A = \{(b,b,b); (n,n,n)\}$$

3. El suceso $B = \{\text{extraer al menos una bola blanca}\}$.

$$B = \{(b,b,b); (b,b,n); (b,n,b); (n,b,b); (b,n,n); (n,b,n); (n,n,b)\}$$

4. El suceso $C = \{\text{extraer una sola bola negra}\}$.

$$C = \{(b,b,n); (b,n,b); (n,b,b)\}$$

EJERCICIO 05: define el espacio muestral (en una hoja en blanco aparte) para cada uno de los problemas.

1. Espacio muestral de una baraja de corazones.
2. Espacio muestral de una lotería de 20 números.
3. Se sacan dos bolas de una urna que se compone de una bola blanca, otra roja, otra verde y otra negra.
4. Escribir el espacio muestral cuando: La primera bola se devuelve a la urna antes de sacar la segunda.
5. Se lanzan dos monedas al aire, escribir el espacio muestral.
6. Karen, Pedro, María, Lorena y Carlos, forman parte de una clase y el catedrático desea elegir a dos alumnos para que porten la bandera, define el espacio muestral.
7. Las siguientes marcas de carro están nominadas a la excelencia en el año 2016: Hyundai, Toyota, Audi, Mercedes Benz y BMW. Define el espacio muestral. Tomar en cuenta que solo se elegirán tres marcas.

INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA

La investigación estadística por sencilla que sea es una operación compleja que requiere atender múltiples aspectos.

El resultado depende de la finalidad que se tenga, de la naturaleza de los fenómenos que desean estudiar y de la facilidad que se tenga para observar los elementos.

Se necesita una investigación de carácter estadístico cuando no se tiene un buen flujo de información que permita que dicha información se organice y condense.

El objetivo de la estadística es hacer inferencias (predicciones, decisiones), acerca de una población, sobre la base de la información obtenida de una muestra en una investigación. Para hacer una investigación se consideran tres etapas que son:

- ✓ **Planeamiento:** es la etapa en que se plantea ¿qué, por qué y con qué lo vamos a hacer?, los aspectos que debemos considerar en esta etapa son:
 - **Objeto de la investigación:** se identifica el fin que se propone, formula el problema donde se determina objetivos generales y específicos. Se debe responder preguntas tales como ¿Qué se va a investigar?, ¿Cómo se va a realizar la investigación?, ¿Cuándo se va a realizar?, entre otras.
 - **Unidad de investigación:** es a quien va dirigida la investigación, la cual puede ser una persona, una familia, una población, entre otras.

- **Método de observación:** Se debe determinar el método a utilizar, o sea si se va a investigar una población o una parte de ella. Aquí estudiaremos el método del muestreo.

Los métodos de muestreo son:

- ✓ **Muestreo probabilístico aleatorio o al azar**, que tiene los siguientes procedimientos:
 - **Muestreo aleatorio simple:** esto permite que todos los métodos elementos que constituyen la población tengan la misma posibilidad de ser incluidos en la muestra. La elección de los elementos se puede hacer por sorteo o utilizando tablas de números aleatorios.
 - **Muestreo aleatorio estratificado:** se forman grupos o estratos, de tal forma que el elemento tendrá una característica que sólo permitirá pertenecer al mismo. Se utiliza cuando las poblaciones son heterogéneas.
 - **Muestreo sistemático:** consiste en determinar primero un intervalo igual al valor obtenido, al dividir el tamaño de la población por el de la muestra. Luego aleatoriamente se toma una observación. Ejemplo: si entre 1 y 10 seleccionamos la observación 5 y como el intervalo es 10, la segunda observación será la 15, luego la 25 y así sucesivamente.

Donde N es el tamaño de la población y n es el tamaño de la muestra:

$$K = N/n$$

- **Muestreo no probabilístico:** es esta muestra se toma de cualquier tamaño y los elementos se seleccionan de acuerdo con la opinión o juicio que tenga el investigador sobre la población.

INSTRUMENTOS ESTADÍSTICOS

Cuestionario: es el método que utiliza un instrumento o formulario impreso, destinado a obtener repuestas sobre el problema en estudio y que el investido o consultado llena por sí mismo.

El cuestionario puede aplicarse a grupos o individuos estando presente el investigador o el responsable del recoger la información, o puede enviarse por correo a los destinatarios seleccionados en la muestra.

Censo: recuento de individuos que conforman una población estadística, definida como un conjunto de elementos de referencia sobre el que se realizan las observaciones. El censo de una población estadística consiste básicamente, en obtener mediciones del número total de individuos mediante diversas técnicas de recuento, y que se hace cada 10 años.

La encuesta: es un procedimiento dentro de los diseños de una investigación descriptiva en el que el investigador busca recopilar datos por medio de un cuestionario previamente diseñado en dar una entrevista a alguien, sin modificar el entorno ni el fenómeno donde se recoge la información ya sea para entregarlo en forma de tríptico, gráfica o tabla. Los datos se obtienen realizando un conjunto de preguntas normalizadas dirigidas a una muestra representativa o al conjunto total de la población estadística en estudio, integrada a menudo por personas, empresas o antes institucionales, con el fin de conocer estados de opinión, ideas, características o hechos específicos.

La entrevista: es un diálogo entablado entre dos o más personas: el entrevistador o entrevistadores que interrogan y el o los entrevistados que contestan. La palabra entrevista deriva del latín y significa "Los que van entre sí". Se trata de una técnica o instrumento empleado para diversos motivos, investigación, medicina, selección de personal. Una entrevista no es casual sino es un diálogo interesado, con un acuerdo previo y unos intereses y expectativas por ambas partes.

TAREA 01. Indica como sería el muestreo para los siguientes casos:

1. Investigar en casa cuantos habitantes hay en Guatemala (población), donde el tamaño de la muestra es del 10% de la población. (Muestreo Sistemático)
2. En la universidad hay 60 estudiantes y se desea utilizar el muestreo aleatorio simple y utilizan una tómbola e indica que debes seleccionar a todos los números pares, en lista cuales sería los números.
3. Investiga cuantos habitantes hay en la ciudad de Guatemala, ya que para una investigación de una empresa de cosméticos desea conocer que piensa su público femenino de los 20 a los 40 años con grado alfabético. Por medio del muestreo aleatorio estratificado.

A partir de la recolección de datos a partir de los diversos instrumentos podemos conocer la información para presentarla mediante gráficas y así poder sintetizar, destacar características, controlar y comparar los resultados.

GRÁFICAS

En estadística denominamos gráficos a aquellas imágenes que, combinando la utilización De sombreado, colores, puntos, líneas, símbolos, números, texto y un sistema De referencia (coordenadas), permiten presentar información cuantitativa.

La utilidad De los gráficos es doble, ya que pueden servir no sólo como sustituto a las tablas, sino que también constituyen por sí mismos una poderosa herramienta para el análisis De los datos, siendo en ocasiones el medio más efectivo no sólo para describir y resumir la información, sino también para analizarla.

Algunos tipos de gráficos están:

Diagrama de líneas: los gráficos de líneas muestran una serie como un conjunto de puntos conectados mediante una sola línea. Los gráficos de líneas se usan para representar grandes cantidades de datos que tienen lugar durante un período continuado de tiempo.

Ejemplo:

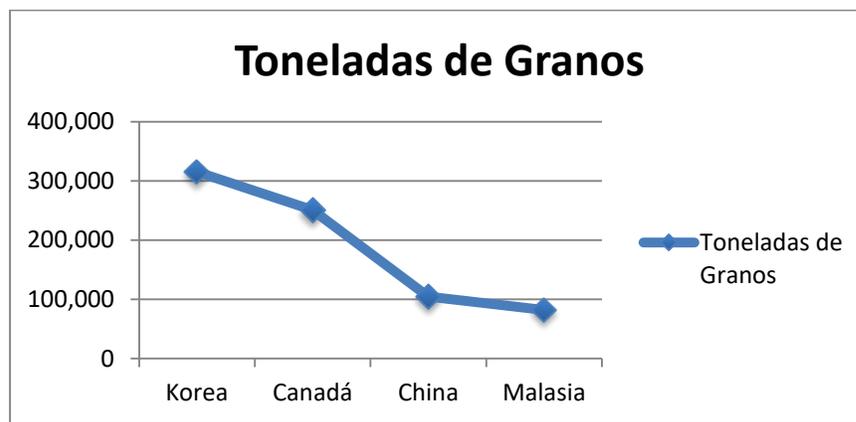


Diagrama de barras: es una forma de representar gráficamente un conjunto de datos o valores, y está conformado por barras rectangulares de longitudes proporcionales a los valores representados.

Los gráficos de barras son usados para comparar dos o más valores. Las barras pueden orientarse vertical u horizontalmente.

Ejemplo:



Diagrama de sectores: un diagrama de sectores se puede utilizar para todo tipo de variables, pero se usa frecuentemente para las variables cualitativas. Los datos se representan en un círculo, de modo que el ángulo de cada sector es proporcional a la frecuencia absoluta correspondiente.

Formula:

$$\frac{360}{\text{suma de frecuencias absolutas}} = \frac{x}{\text{frecuencia absoluta de la modalidad}}$$

Ejemplo:

Empresa	Usuarios
A	870,000
B	700,000
C	285,000
D	157,000
Suma	2, 012, 000

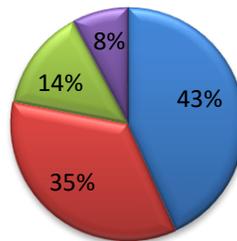
Procedimiento que debe seguirse con cada empresa, aquí detallaremos empresa A:

$$\frac{360^\circ}{2,012,000} = \frac{A}{870,000} \rightarrow A = \frac{360 * 870,000}{2,012,000} \rightarrow 155.67^\circ \approx 156^\circ$$

Para graficar necesitaras un transportador:

USUARIOS

■ A ■ B ■ C ■ D



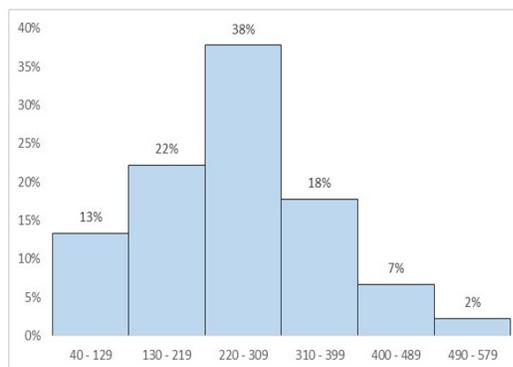
Histograma: es una representación gráfica de una variable en forma de barras, donde la superficie de cada barra es proporcional a la frecuencia de los valores representados, ya sea en forma diferencial o acumulada.

Sirven para obtener una "primera vista" general, o panorama, de la distribución de la población, o la muestra, respecto a una característica, cuantitativa y continua, de la misma y que es de interés para el observador (como la longitud o la masa).

De esta manera ofrece una visión en grupo permitiendo observar una preferencia, o tendencia, por parte de la muestra o población por ubicarse hacia una determinada región de valores dentro del espectro de valores posibles (sean infinitos o no) que pueda adquirir la característica.

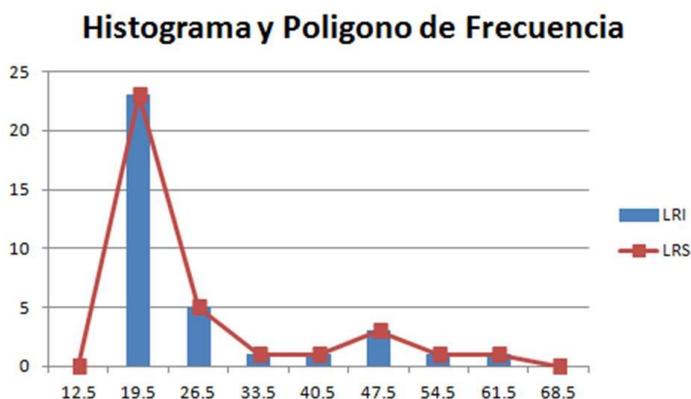
Ejemplo:

DÓLARES	F%
40 - 129	13%
130 - 219	22%
220 - 309	38%
310 - 399	18%
400 - 489	7%
490 - 579	2%
Total	100%



Polígono de frecuencia: es el nombre que recibe una clase de gráfico que se crea a partir de un histograma de frecuencia. Estos histogramas emplean columnas verticales para reflejar frecuencias): el polígono de frecuencia es realizado uniendo los puntos de mayor altura de estas columnas.

Ejemplo:



TAREA 02: resuelve los siguientes problemas en casa, realizando las gráficas según no la soliciten, en nuestro cuaderno.

- Las notas obtenidas por 66 alumnos en un examen de matemática, con la distribución de frecuencia siguiente: Realiza el Histograma y el Polígono de frecuencia

H	f
61 - 66	4
69 - 76	9
77 - 84	16
85 - 92	24
93 - 100	13

- Haz un diagrama de sectores con la siguiente información presentada por el registro civil de la Municipalidad de Guatemala de los matrimonios según el año.

Año	Número
2002	8833
2003	7220
2004	8037
2005	6726

3. Haz un diagrama de barras y también un diagrama de líneas para la siguiente información:
La población analfabeta de algunos departamentos de Guatemala en 2004 estuvo dividida de la siguiente manera:

Departamento	Población
Quiché	180,851
Alta Verapaz	203,558
Baja Verapaz	48,740
Huehuetenango	191,076
Sololá	73,061
Totonicapán	69,978
San Marcos	134,112

MEDIDAS DE TENDENCIA

Al finalizar la información estadística por medio de los histogramas y los polígonos de frecuencia observamos un significativo comportamiento de los datos en cuanto a la frecuencia con que se presentan los valores y que algunos de estos valores son más frecuentes que otros. También se observó una tendencia de agrupación alrededor de los valores más frecuentes, haciendo que las curvas representativas adquieran formas de campana.

Por lo que, la mayor densidad de las frecuencias está en la parte central de las gráficas y de ahí se deriva el nombre de "MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL O PROMEDIO QUE SE LE DA A LA MEDIA, LA MEDIANA Y LA MODA". Estas medidas tienen entonces por objeto dar una sola cifra que en alguna forma representa al total de los datos.

La condición para que un promedio pueda ser representativo de una serie de datos, es que exista en dichos datos una tendencia a reunirse en torno a un valor central.

MEDIA ARITMÉTICA

La media aritmética de una serie estadística es un valor tal que si con él se sustituyen los términos de una serie se puede obtener una suma igual a la que los propios términos darían. Es el valor obtenido después de sumar todos los datos y de dividir el total entre el número de datos que haya. Se representa por \bar{x} y su fórmula es:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{N} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{N} = \frac{\sum x}{N}$$

En donde:

N= número de observaciones.

X= valor de cada observación.

\bar{x} = media aritmética.

En una serie de datos simple:

Ejemplo:

Halla la media aritmética de los números: 3, 4, 6, 8, 10, 12, 15 y 16.

Solución:

$$\bar{x} = \frac{3 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 15 + 16}{8} = 9.25$$

En una serie de datos agrupados en una distribución de frecuencia simple:

La media aritmética la calcularemos con la expresión:

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{N}$$

Dónde:

f = frecuencia.

x = valor que nos interesa conocer que tanto se repite.

N = es la sumatoria de todas las frecuencias.

Σ = Significa sumatoria de...

Ejemplo:

x	f	fx
65	3	195
66	4	264
67	2	134
68	4	272
69	3	207
Suma = 16		Suma= 1072

$$\bar{x} = \frac{1072}{16} = 67$$

MEDIANA

Si se organizan los datos numéricos de menor a mayor, se puede seleccionar el valor situado en la mitad. El número que hace de valor central de todo el rango de los datos se denomina mediana.

La mediana es el valor que tiene el mismo número de valores a su izquierda que a su derecha.

En una serie de datos simple:

Para calcular la mediana debemos seguir el siguiente procedimiento:

- ✓ Se ordenan las mediciones de menor a mayor.
- ✓ Se determinan si el número total de las mediciones es impar o par.
- ✓ Si el número N de mediciones es par, el lugar de la mediana se encuentra al sumar el número de las mediciones más la unidad y dividiendo el resultado entre 2.

$$\text{mediana par} = \frac{(N + 1)}{2}$$

Ejemplos:

- Determinar la mediana del conjunto: 3, 5, 8, 7, 4, 8 y 10

Primero hay que ordenarlos: 3, 4, 5, 7, 8, 8 y 10. (Hay 7 valores, número impar)
Como el número es impar, la Md = 7

- Determinar la mediana del conjunto: 2, 5, 4, 3, 6 y 10.

Primero hay que ordenarlos: 2, 3, 4, 5, 6 y 10. (hay 6 valores, número par)
Como el número es par:

$$Md = \frac{(6 + 1)}{2} = 3.5$$

La mediana esta entre el tercer y cuarto número que en este ejemplo son 4 y 5, por lo que hacemos lo siguiente:

$$Md = \frac{(4 + 5)}{2} = 4.5$$

MODA (Mo)

Es aquel valor que tiene la frecuencia mayor o es el valor particular que ocurre más frecuentemente que otro. Una distribución con una sola moda se llama **Unimodal**.

Si dos valores tienen la misma frecuencia, se dice que el conjunto es **Bimodal**.

Si tiene tres valores es trimodal y así consecuentemente.

En una serie de datos simple:

Ejemplo:

Si tenemos el conjunto de mediciones: 1, 2, 4, 4, 3, 7, 4 y 3.
Debemos ordenarlos 1, 2, 3, 3, 4, 4, 4, y 7

El valor que más se repite es el 4 por lo que el Mo= 4.

EJERCICIO 06. Resuelve los siguientes ejercicios encontrando la media, tanto por serie de datos simples como con distribución de frecuencia.

1.

Año (x)	Monto (f)
2001	200
2002	600
2003	900
2004	500
2005	523

2.

Número de libros	Frecuencia
1	1000
2	2345
3	5000
4	3456
5	3214
6	6436

3.

X	51	56	60	64	68	73	74	80	84
f	1	1	5	3	3	9	12	12	9

Calcula la mediana de los conjuntos de mediciones siguientes.

- 14, 6, 8, 5, 4, 3, 6, 8, 9, 10, 1 y 12.
- 3, 4, 23, 22, 14, 10, 12, 30, 43, 2, 12, 8 y 10.
- Son la media y la mediana iguales, cuando los valores de x son: 11, 15, 18, 20, 22 y 30.
- 2, 3, 5, 1, 4, 2, 6 y 3

Calcula la moda de los conjuntos de mediciones siguientes.

1. 24, 25, 22, 22, 23, 24, 26, 21, 24, 22, 21, 27, 28, 22 y 22.
2. 5, 2, 4, 4, 5, 6, 6, 7, 4, 8, 1, 4, 3 y 4.
3. 100, 101, 102, 106, 104, 101, 108, 109 y 101.
4. 2, 1, 1, 2, 4, 1, 4, 6, 1, 6, 3, 1 y 1.

TAREA 03 (PROYECTO):

Paso 1: Forma grupos de 4 o 5 personas, elijan un tema de interés en los jóvenes como, por ejemplo: Redes Sociales.

Efectúa un instrumento de encuesta con 10 preguntas, 6 cuantitativas y 4 cualitativas.

Paso 2: Deberán encuestar a 50 alumnos del colegio, debes incluir en el trabajo final todas las encuestas con nombre del encuestado.

Paso 3: Deberán tabular la información para presentar los resultados en forma gráfica cada pregunta. Y agregarle un análisis escrito de cada pregunta y uno global al final del trabajo.

VALOR ABSOLUTO Y RELATIVO

VALOR ABSOLUTO: es el valor que adquiere el dígito sin importar el lugar que ocupe, es el valor por sí solo.

432
↓ ↓ ↓
432

VALOR RELATIVO: Es el valor posicional, es decir, cada dígito tiene un valor de acuerdo al lugar que ocupa en la cantidad.

4 3 2
↓ ↓ ↓
400 30 2

El valor absoluto es aquel que tiene un número independientemente del lugar que ocupe en las unidades, las decenas y las centenas. Por ejemplo:

- El valor absoluto de 2 es 2.
- El valor absoluto de 5 es 5.
- El valor absoluto de 9 es 9.

El valor absoluto de 5 en 5003, 51, 135, etc., **es siempre 5**.

El valor relativo depende de la posición que ocupe en un número: unidades, decenas, centenas, etc.

Por ejemplo:

- El valor relativo de 9 en 389 es 9 porque ocupa el lugar de las unidades.
- El valor relativo de 2 en 529 es 20 porque ocupa el lugar de las decenas.
- El valor relativo de 7 en 732 es 700 porque ocupa el lugar de las centenas.

EJERCICIO 07.

7.1 Completa las equivalencias.

- 1) 360 U = _____ D 2) 91 D = _____ U 3) 8 U de Mil = _____ C 4) 10 C = _____ U de Mil
- 5) 9 c = _____ D 6) 1000 U = _____ C 7) 4 U de Mil = _____ D 8) 70 U = _____ D

7.2 Determina el valor relativo de las cifras destacadas.

- 1) 491 = _____.
- 2) 306 = _____.
- 3) 4197 = _____.
- 4) 8027 = _____.
- 5) 9798 = _____.
- 6) 7502 = _____.
- 7) 654 = _____.
- 8) 25 = _____.
- 9) 1369 = _____.
- 10) 974 = _____.
- 11) 111 = _____.

7.3 Colorea los números en los que...

... la cifra 9 equivale a 900 U

4198	4890	2925
1963	976	2009

... la cifra 5 equivale a 5000 U

35147	5987	1520
9825	75987	79587

... La cifra 3 equivale a 30 U

1531	317	3197
321	132	9631

7.4 Solo un número responde a todas las consignas. Subráyalo...

1.

- Tiene unidad de Mil.
- No tiene decenas.
- La centena es menor que la unidad.
- No tiene cifras impares.

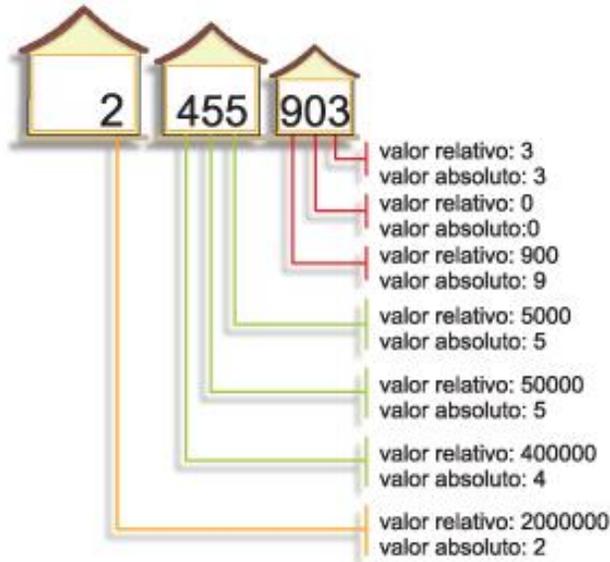
8608 – 428 – 8704 – 2307 – 2416

2.

- Tiene unidad de mil.
- No tiene unidades.
- La unidad de mil es mayor que la centena.
- No tiene cifras pares (sin contar el cero).

8608 – 428 – 8004 – 5310 – 6430

7.5 Completa los valores absolutos y relativos para cada cifra.



	3	9	1
Valor absoluto			
Valor Relativo			

	5	3	0	5
Valor absoluto				
Valor Relativo				

	9	5	1	7	8	2
Valor absoluto						
Valor Relativo						

SISTEMAS DE NUMERACIÓN POSICIONAL

Los sistemas de numeración son posicionales cuando el valor de cada dígito del número depende de la posición en la que se encuentra.

Ejemplos de sistemas posicionales: binario, quinario, decimal, octal y hexadecimal. Un ejemplo de sistema de numeración **no posicional** es el sistema romano.

NOTACIÓN POSICIONAL

La notación posicional solo es posible si existe un número para el cero. El guarismo 0 permite distinguir entre 11, 101 y 1001 sin tener que agregar símbolos adicionales. En la notación posicional los números cambian su valor según su posición, por ejemplo, el dígito 2 en el número 20 y el mismo dígito en el 2,000 toman diferente valor.

Los sistemas numéricos que utilizan la notación posicional se pueden describir con la siguiente fórmula.

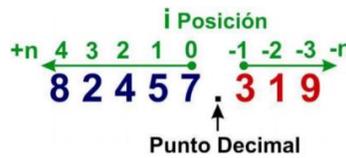
$$N = a_i \cdot r^i + a_{i-1} r^{i-1} + \dots + a_2 r^2 + a_1 r + a_0$$

$$N = \sum_{i=-n}^{i=0} a R^i$$

- N = Numero
- i = Posición
- a = Coeficiente
- n = el numero de digitos
- R = Raiz o base

Ejemplo de notación posicional:

1. Subíndice para indicar a que base pertenecen los números de notación posicional se usa el subíndice. 385(10) es el número trescientos ochenta y cinco de base diez, el subíndice (10) indica que pertenece al sistema decimal.
2. Identificación de la posición de cada dígito, símbolo o coeficiente i En el número 82457.319 para asignar el valor de la posición se toma de referencia el punto decimal de manera que con el punto decimal hacia la izquierda asignamos el valor de cero incrementándose en uno por cada dígito hacia la izquierda hasta llegar a +n y del punto decimal a la derecha iniciaremos asignando al primer dígito el valor de menos uno (-1) y decrementándose en una unidad por cada dígito a la derecha hasta llegar a -n, como lo muestra la figura:



3. Aplicación de la Formula General Ejemplo 385(10) En donde el dígito 5 ocupa la posición cero, el 8 la uno y el 3 la posición dos, como lo indica la figura.



Al aplicar la fórmula general obtenemos:

$$N = \sum_{i=-n}^{i=0} a R^i$$

$$N = 3(10)^2 + 8(10)^1 + 5(10)^0$$

$$N = 3(100) + 8(10) + 5(1)$$

En donde se puede observar que el número adquiere valor dependiendo la posición que guarde, como el 3 que está en la posición 2 se multiplica por 100 que es 10² como lo llamamos tradicionalmente centenas, al 8 de posición uno por 10¹ o decenas unidades y al 5 de posición cero 10⁰ unidades. Tabla que muestra el valor de un número decimal dependiendo la posición que guarde.

Numero	posición	Potencia	Nombre
1	0	10 ⁰	Unidades
10	1	10 ¹	Decenas
100	2	10 ²	Centenas
1000	3	10 ³	Unidades de Millar
10000	4	10 ⁴	Decenas de Millar
100000	5	10 ⁵	Centena de Millar
1,000,000	6	10 ⁶	Unidad de Millón
10,000,000	7	10 ⁷	Decena de Millón
100,000,000	8	10 ⁸	Centena de Millón
1000,000,000	9	10 ⁹	Unidad de Millar de Millón
10,000,000,000	10	10 ¹⁰	Decena de Millar de Millón
100,000,000,000	11	10 ¹¹	Centena de Millar de Millón
1,000,000,000,000	12	10 ¹²	Unidad de Billón

Además del sistema decimal existen otras bases de notación posicional que son empleadas en los sistemas digitales como: Binario o base 2 que consta de solo dos símbolos 0 y 1. Octal o base 8 consta de ocho símbolos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) y es una representación corta del binario y por ejemplo 111101110(2) = 756(8). Para las máquinas es más fácil trabajar con unos y ceros que representarían voltaje o no voltaje mientras que para nosotros es más cómodo decir solo 756 en lugar de todo el número binario. Hexadecimal o base 16 consta de 16 símbolos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F), es la representación corta más usada del binario y Ejemplo 111101111010(2) = F7A(16).

Complete los espacios vacíos de la siguiente tabla con los números correspondientes a la base de su columna:

Otros Sistemas de Numeración de notación posicional (complete la tabla)

Decimal	Binario	Octal	Hexadecimal	Quinario	Senario	Base 11
$N_{(10)}$	$N_{(2)}$	$N_{(8)}$	$N_{(16)}$	$N_{(5)}$	$N_{(6)}$	$N_{(11)}$
0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1
2	10	2	2	2	2	2
3	11	3	3	3	3	3
4	100	4	4	4	4	4
5	101	5	5	5	5	5
6	110	6	6	11	10	6
7	111	7	7	12		7
8	1000	10	8	13		8
9	1001	11	9	14		9
10	1010	12	A	20		A
11	1011	13	B	21		
12	1100	14	C	22		
13	1101	15	D	23		
14	1110	16	E	24		
15	1111	17	F	30		
16	10000	20	10	31		
17	10001	21	11	32		
18	10010	22	12	33		
19	10011	23	13	34		
20	10100	24	14	40		
21	10101	25	15	41		
22	10110	26	16	42		
23	10111	27	17	43		
24	11000		18	44		
25	11001		19			
26	11010		1A			
27	11011		1B			
28			1C			
29			1D			
30			1E			
31			1F			
32						

SÍMBOLOS DEL SISTEMA

Cada sistema utiliza sus propios símbolos:

- ✓ Decimal: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.
- ✓ Binario: 0 y 1.
- ✓ Quinario: 0, 1, 2, 3 y 4.
- ✓ Octal: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7.
- ✓ Hexadecimal: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E y F.

CONVERSIÓN

Para pasar un número en sistema decimal o cualquiera de los otros sistemas citados, se calcula una serie de divisiones (entre la base) y el número en la nueva base (escrito de derecha a izquierda) es el último cociente obtenido seguido de todos los restos obtenidos.

Ejemplo: el número en decimal 768 es el número 1400 en octal.

$$\begin{array}{r}
 768 \quad | \quad 8 \\
 \hline
 48 \quad 96 \quad | \quad 8 \\
 \hline
 0 \quad 16 \quad 12 \quad | \quad 8 \\
 \hline
 \underline{\quad} \quad \underline{\quad} \quad \underline{\quad} \quad \textcircled{1}
 \end{array}$$

La conversión inversa, es decir, para pasar al sistema decimal, se suma el resultado de cada dígito multiplicado por la potencia n -ésima de la base, siendo n la posición del dígito (de derecha a izquierda y comenzando por 0). En el caso del sistema hexadecimal, los símbolos A, B, C, D, E y F representan 10, 11, 12, 13, 14, y 15, respectivamente.

Debes cortar el trozo de jengibre se le retira la cáscara y luego se corta en partes pequeñas.

Se pela el pepino y se corta en rodajas

a) Tabla de potencias de base 8

8^{-1}	=	0.125
8^0	=	1
8^1	=	8
8^2	=	64

El rango de valores asignado a la tabla de un valor menor a 0.5, la potencia requerida es $8^{-1} = 0.125$ y un valor mayor a 37 como $8^2 = 64$.

b) Resta sucesiva

8^{-1}	=	0.125
8^0	=	1
8^1	=	8
8^2	=	64

$$\begin{array}{r} -47.5 \\ \underline{-40.0} \\ 7.5 \\ \underline{-7.0} \\ 0.5 \\ \underline{-0.5} \\ 0.0 \end{array} = 5 \text{ veces } 8^1 \\ = 7 \text{ veces } 8^0 \\ = 4 \text{ veces } 8^{-1}$$

c) Formar el numero

$$\begin{array}{r} -47.5 \\ \underline{-40.0} \\ 7.5 \\ \underline{-7.0} \\ 0.5 \\ \underline{-0.5} \\ 0.0 \end{array} = 5 \text{ veces } 8^1 \\ = 7 \text{ veces } 8^0 \\ = 4 \text{ veces } 8^{-1}$$

El resultado es $47.5_{(10)} \rightarrow 57.4_{(8)}$

Ejemplo 3: convertir un número decimal a Hexadecimal

a) Tabla de potencias de base 16

16^{-1}	=	0.0625
16^0	=	1
16^1	=	16
16^2	=	256

El rango de valores asignado a la tabla de un valor menor a 0.5, la potencia requerida es $16^{-1} = 0.0625$ y un valor mayor a 61 como $16^2 = 256$.

b) Resta sucesiva

16^{-1}	=	0.0625
16^0	=	1
16^1	=	16
16^2	=	256

$$\begin{array}{r} -61.5 \\ \underline{-48.0} \\ 13.5 \\ \underline{-13.0} \\ 0.5 \\ \underline{-0.5} \\ 0.0 \end{array} = 3 \text{ veces } 16^1 \\ = 13 \text{ veces } 16^0 \\ = 8 \text{ veces } 16^{-1}$$

c) Formar el numero	61.5			
	$\underline{48.0}$	$= 3 \text{ veces } 16^1$	$\xrightarrow{1}$	
	$\underline{13.5}$			
	$\underline{13.0}$	$= 13 \text{ veces } 16^0$	$\xrightarrow{0}$	
	$\underline{0.5}$			
	$\underline{0.5}$	$= 8 \text{ veces } 16^{-1}$	$\xrightarrow{-1}$	
	0.0			

3 D. 8₍₁₆₎

El resultado es $61.5_{(10)} \rightarrow 3D.8_{(16)}$

EJERCICIO 08.

Desarrolla en hojas aparte las siguientes conversiones:

1. $100.25_{(10)} \rightarrow N_{(2)}$
2. $3456.4_{(10)} \rightarrow N_{(5)}$
3. $109.25_{(10)} \rightarrow N_{(16)}$

INFORMACIÓN (INCLUÍDA EN ESTE DOCUMENTO EDUCATIVO) TOMADA DE:**Sitios web:**

<http://jagarza.fime.uanl.mx/general/presentaciones/notas.pdf> -Páginas 16 a 19-

<https://blogs.ua.es/matesfacil/2018/11/12/sistema-de-numeracion-posicional/>

<https://www.docenteca.com/Publicaciones/295-valor-absoluto-y-valor-relativo-ejercicios.html>