CBS

Colegio Bautista Shalom

Física Fundamental
Tercero Básico
Segundo Bimestre

Contenidos

RELACIONES MÉTRICAS EN UN TRIÁNGULO

- ✓ ¿QUÉ ES UN TEOREMA?
- ✓ TEOREMA DEL SENO.
- ✓ TEOREMA DEL COSENO.
- ✓ FÓRMULA PARA LA LEY DE SENOS.
- ✓ LEY DE COSENOS.

VECTORES

- ✓ VECTORES.
- ✓ CANTIDADES ESCALARES Y VECTORIALES.
- ✓ NOTACIÓN DE VECTORES.
- ✓ OPERACIONES CON VECTORES.

CINEMÁTICA

- ✓ ELEMENTOS.
- ✓ FUNDAMENTO DE LA CINEMÁTICA CLÁSICA.
- ✓ VELOCIDAD.
- ✓ ACELERACIÓN.
- ✓ MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME.

INFORMACIÓN INCLUIDA EN ESTA NUEVA VERSIÓN DEL DOCUMENTO, TOMADA DE:

Sitios web:

1. *https://www.portaleducativo.net/segundo-medio/63/teoremas-fundamentales-triangulos*
2. *https://www.unirioja.es/talleres/creatividad_matematica/SeminarioBachillerato/RECURSOSGEOMETRIA.pdf*
3. *http://agrega.educacion.es/repositorio/02122013/d6/es_2013120213_9111528/tipos_de_movimiento.html*
4. *https://www.problemasyecuaciones.com/MRU/primera-parte/problemas-resueltos-movimiento-rectilineo-uniforme-MRU.html*

NOTA: conforme avances en tu aprendizaje, encontrarás ejercicios a realizar. Debe desarrollar los procedimientos a lápiz y escribir con lapicero negro las respuestas. Utilice hojas cuadrícula o blancas según sea necesario. Entregue a su catedrático(a) en archivo PDF o como se lo indique.

RELACIONES MÉTRICAS EN UN TRIÁNGULO

De las relaciones métricas en los triángulos… Veremos los siguientes teoremas:

1. Teorema del seno.
2. Teorema del coseno.

¿QUÉ ES UN TEOREMA?

Un teorema, es toda proposición que partiendo de un supuesto (hipótesis), afirma una verdad (tesis) no evidente por sí misma, por lo tanto, deben ser demostradas.

El enunciado de un teorema consta de dos partes:

1. **Hipótesis,** que contiene los datos.
2. **Tesis**, que es la verdad que se quiere demostrar.

El razonamiento o deducción lógica que se hace para concluir la tesis utilizando la hipótesis se llama ***demostración***.

Existen también los **lemas**, que son teoremas de menor importancia, cuyo único objetivo es facilitar la demostración de otro teorema más importante.

Se llama **corolario** a toda consecuencia directa de un teorema que se deduce por un razonamiento simple.

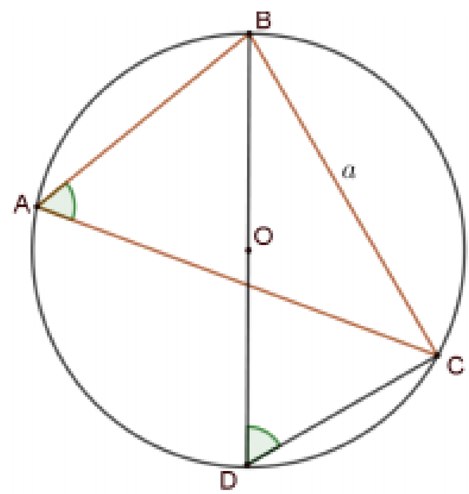
Un **teorema** se llama **recíproco** de otro cuando la tesis del primero pasa a ser la hipótesis del segundo y la hipótesis del primero se convierte en la tesis del segundo.

TEOREMA DEL SENO

"En todo triángulo ABC, los lados son directamente proporcionales a los senos de los ángulos opuestos y la razón de proporcionalidad es el doble del radio R de la circunferencia circunscrita al triángulo"

En efecto:

$$\frac{a}{\operatorname{sen}\widehat{A}} = \frac{b}{\operatorname{sen}\widehat{B}} = \frac{c}{\operatorname{sen}\widehat{C}} = 2R$$



Trazamos desde B un diámetro BD. Se tiene que

$\widehat{BDC} = \widehat{BAC} = \widehat{A}$ por ser inscritos con igual arco $\widehat{BC}$.

Pero el triángulo BCD es rectángulo, por lo que:

$$\operatorname{sen}\widehat{A} = \frac{a}{2R} \Rightarrow \frac{a}{\operatorname{sen}\widehat{A}} = 2R$$

De modo análogo con los otros pares de lado-ángulo opuesto.
Consecuencia: en un triángulo, a mayor lado se opone mayor ángulo. Razónalo.

TEOREMA DEL COSENO

"En todo triángulo ABC, el cuadrado de un lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos menos el doble del producto de ellos por el coseno del ángulo que forman"

Es decir:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\widehat{A}$$

Análogamente con los otros lados:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \hat{B} \quad \text{y} \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \hat{C}$$

Forma de un triángulo:

Siendo $a \geq b \geq c$, en cuyo caso $\hat{A} \geq \hat{B} \geq \hat{C}$:

* Si $a^2 > b^2 + c^2$, entonces $\hat{A}$ es obtuso y el triángulo es obtusángulo ($\hat{A} > 90^\circ$).
* Si $a^2 = b^2 + c^2$, entonces $\hat{A}$ es recto y el triángulo es rectángulo ($\hat{A} = 90^\circ$).
* Si $a^2 < b^2 + c^2$, entonces $\hat{A}$ es agudo ($\hat{A} < 90^\circ$) y el triángulo es acutángulo, ya que $\hat{A}$ es el mayor de los ángulos del triángulo.

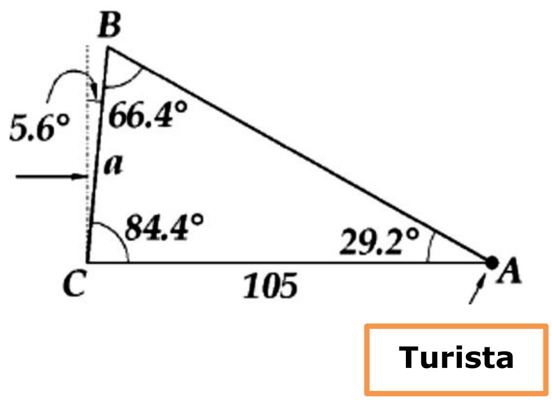
FÓRMULA PARA LA LEY DE SENOS

La fórmula para resolver ejercicios de triángulos mediante la ley de senos, es: $\dfrac{Sin\ A}{a} = \dfrac{Sin\ B}{b} = \dfrac{Sin\ C}{c}$

La fórmula "leída" o enunciada es: "El Seno de cualquiera de sus ángulos a su lado opuesto es proporcional al Seno de cualquier otro ángulo y su lado opuesto"

Esta ley se utiliza en la resolución situaciones como esta:

El campanario de la Torre de Pisa en Italia, forma un ángulo de 5.6º con la recta vertical trazada desde C. Un turista se ubica a 105 m de la base de la torre, al lado en el que la torre forma un ángulo agudo con la horizontal. El ángulo de elevación medido por el turista es de 29.2º hasta la parte superior de la torre… Encontrar la longitud de la torre. Siga detenidamente la resolución de este problema con su docente: Sea a la longitud, en metros, de la Torre.



- ✓ Angulo C = 90º - 5.6º = 84.4º (porque 5.6º es el ángulo formado por la torre con la vertical)
- ✓ Angulo B = 180º - 29.2º - 84.4º = 66.4º //

Usando la Ley de Seno tenemos que:

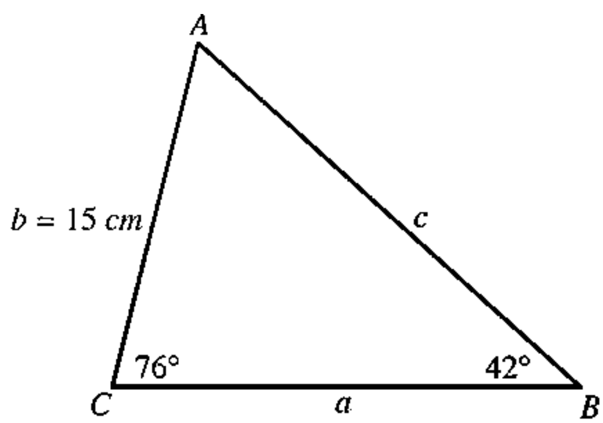
$$\begin{aligned} \frac{\text{sen}\,A}{a} &= \frac{\text{sen}\,B}{105} \\ a &= \frac{105\,\text{sen}\,A}{\text{sen}\,B} \\ a &= \frac{105\,\text{sen}\,(29.2^o)}{\text{sen}\,(66.4^o)} = 55.9\ m \end{aligned}$$

R: Luego, la longitud de la torre es aproximadamente 56 m

La matemática es una ciencia de la adaptación y creatividad. Estudia el siguiente ejemplo con la ayuda de tu docente:

En el triángulo ABC, b = 15 cm, <B = 42°, y <C = 76°.
Calcula la medida de los lados y ángulos restantes.

El primer paso para resolver TODO problema matemático es OBSERVAR y PENSAR.



Si observamos, podemos ver que nuestro triángulo tiene dos ángulos y un solo lado, por lo cual podemos aplicar la ley de senos, sin embargo, podemos realizar un análisis sencillo para hallar el otro ángulo desconocido, tomando en cuenta que; la suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo debe ser: 180°, la formula se ve así:

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

De esa cuenta, podemos sustituir los datos de nuestro triangulo en nuestra fórmula

$$\angle A + 42^\circ + 76^\circ = 180^\circ \quad \angle A + 118^\circ = 180^\circ \quad \angle A = 180^\circ - 118^\circ = 62^\circ$$

Por lo que el ángulo en A, es de 62 grados. $\angle A = 62^\circ$

Ahora tenemos que encontrar el valor de las longitudes de a y c, para ello recurriremos a la fórmula:

$$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} = \frac{c}{senC}$$

Si observamos, nos interesa encontrar el valor del lado a y c, y ya tenemos a nuestra disposición cuanto equivalen los ángulos opuestos a esos lados, por lo cual, puedo tomar la igualdad que yo desee. Supongamos que necesito encontrar el lado a entonces, hacemos:

$$\frac{a}{sen62^\circ} = \frac{b}{sen42^\circ}$$

Por lo que sustituyendo procedemos a despejar:

$$a = \frac{b \cdot sen62^\circ}{sen42^\circ} = 19.79cm$$

Procedamos a encontrar el lado restante,

$$\frac{a}{senA} = \frac{c}{senC} \qquad \frac{19.79cm}{sen62^\circ} = \frac{c}{sen76^\circ} \qquad c = \frac{(19.79cm)(sen76^\circ)}{sen62^\circ}$$

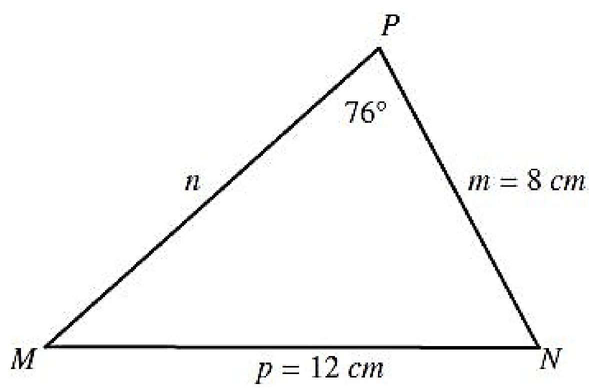
Ahora realizamos la operación:

$$c = \frac{(19.79cm)(sen76^\circ)}{sen62^\circ} = 19.75cm$$

Por lo que el lado restante "c" mide: 19.75

EJERCICIO 01. Resuelva este breve problema.

En el triángulo ABC, b = 15 cm, <B = 42°, y <C = 76°. Calcula la medida de los lados y ángulos restantes.

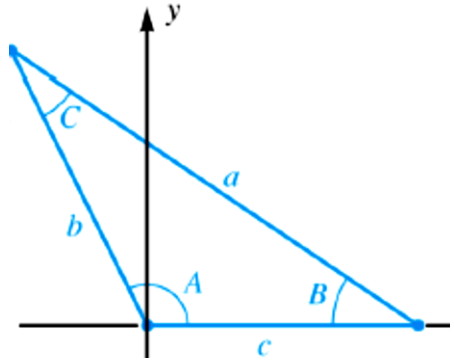


LEY DE COSENOS

La ley de los cosenos es usada para encontrar las partes faltantes de un triángulo oblicuo (no rectángulo) cuando ya sea las medidas de dos lados y la medida del ángulo incluido son conocidas (LAL: lado ángulo lado) o las longitudes de los tres lados (LLL: lado lado lado) son conocidas. En cualquiera de estos casos, es imposible usar la ley de los senos porque no podemos establecer una proporción que pueda resolverse.

La ley de cosenos se puede aplicar para encontrar las partes restantes de un triángulo oblicuo (resolver el triángulo) dado cualquiera de los siguientes:

- ✓ dos lados y el ángulo entre ellos
- ✓ tres lados



Cuando un triángulo oblicuo se nombra como se muestra, la ley de cosenos dice:

$$(1)\ a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$(2)\ b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$
$$(3)\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

La fórmula "leída" o enunciada es: "el cuadrado de un lado, es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados, menos dos veces producto de estos lados por el coseno del ángulo comprendido entre estos dos lados."

Estas son algunas explicaciones para el uso de la ley de cosenos:

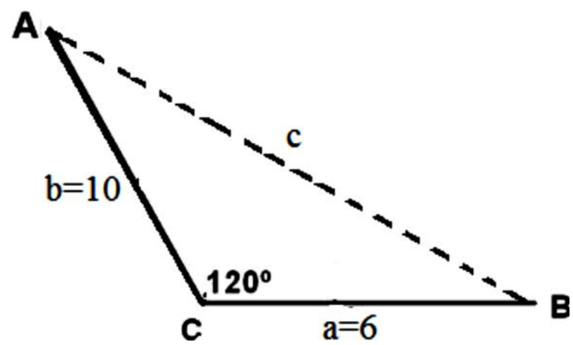
Si A = 90 ° en la fórmula: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

Entonces *cos A* = 0 y la ley de los cosenos se reduce a: $\boldsymbol{a^2 + b^2 = c^2}$.

- ✓ Dado dos lados de un triángulo y el ángulo incluido, podemos usar la ley de los cosenos para encontrar el tercer lado.
- ✓ Luego, se puede utilizar la ley de los senos para terminar de resolver el triángulo.
- ✓ Cuando un ángulo se encuentra por medio de la ley de los cosenos, no hay ningún caso ambiguo, ya que siempre se obtiene un ángulo único entre 0 ° y 180 °.

Veamos un ejemplo, dos lados de un triángulo miden 6 cm y 10 cm, y el ángulo que forman es de 120°. Resuelva el triángulo, Supongamos que a = 6, b = 10, C =120°, y el lado desconocido es c.

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$



$$c^2 = 6^2 + 10^2 - 2(6)(10)\cos 120°$$

$$c^2 = 36 + 100 - 2(6)(10)\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$c^2 = 196$ Por lo tanto $c = 14$.

Para hallar ángulo B, usaremos la ley de los senos:

$$\frac{\sin(C)}{c} = \frac{\sin(B)}{b}$$

$$\sin(B) = \frac{b\sin(C)}{c}$$

$$\sin(B) = \frac{10\sin(120°)}{14}$$

$$\sin(B) = \frac{5\sqrt{3}}{14} \approx 0.61$$

$$B = \sin^{-1}\frac{5\sqrt{3}}{14} \approx 38.2°$$

Para hallar A, usamos la propiedad A + B + C = 180.
Entonces,
A = 180 – (120 + 38.2)
A ≈ 21.8°

Recuerda que las fórmulas para la Ley de coseno son como vemos son muy parecidas, solo que cambian el orden de los lados y el ángulo que se forma con esos lados. Por ejemplo, en la primera, empieza con el lado a, entonces el ángulo que figura al final es el opuesto, el A. Los otros dos lados a su vez, son los que forman el ángulo A. De la misma manera usamos el razonamiento para las otras dos fórmulas.

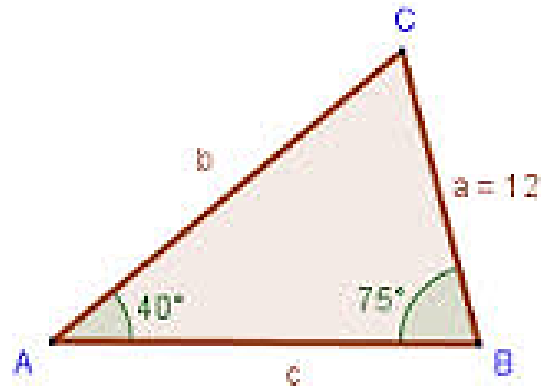
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$$

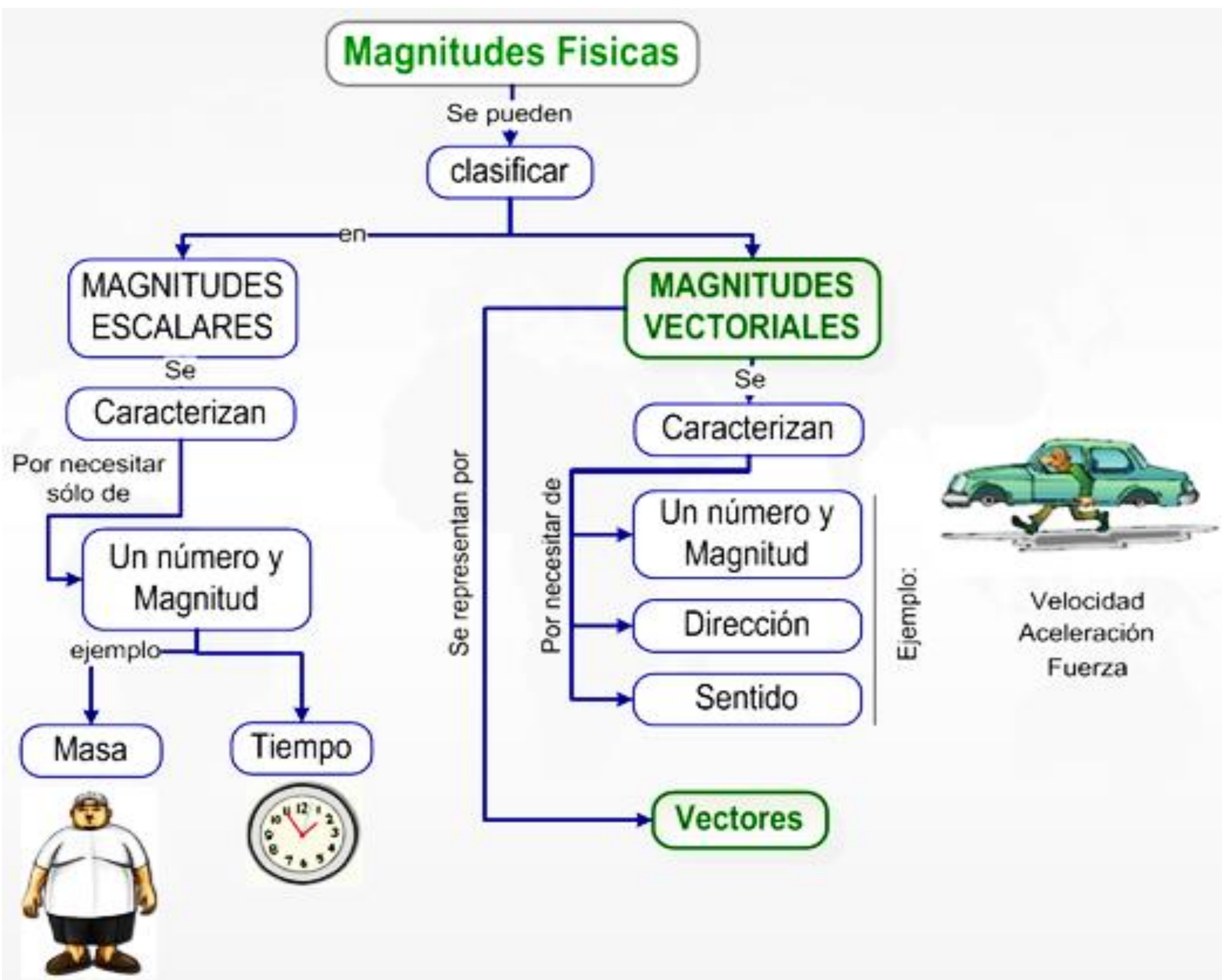
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

EJERCICIO 02. Resuelva este breve problema.

Calcula los lados y el ángulo que falta en el siguiente triángulo oblicuángulo.

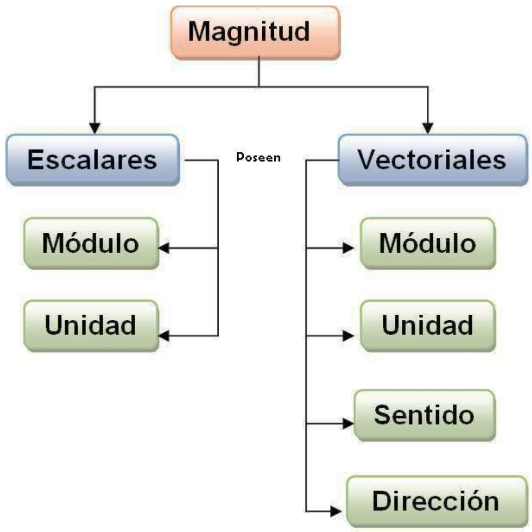


MAGNITUDES FÍSICAS



MAGNITUDES ESCALARES Y VECTORIALES

Una magnitud física es una propiedad o cualidad medible de un sistema físico, es decir, a la que se le pueden asignar distintos valores como resultado de una medición o una relación de medidas.



Las magnitudes físicas se miden usando un patrón que tenga bien definida esa magnitud, y tomando como unidad la cantidad de esa propiedad que posea el objeto patrón. Por ejemplo, se considera que el patrón principal de longitud es el metro en el Sistema Internacional de Unidades.

Existen magnitudes básicas y derivadas, que constituyen ejemplos de magnitudes físicas: la masa, la longitud, el tiempo, la carga eléctrica, la densidad, la temperatura, la velocidad, la aceleración y la energía. En términos generales, magnitud es toda propiedad de los cuerpos o sistemas que puede ser medida.

Las magnitudes escalares: son aquellas que quedan completamente definidas por un número y las unidades utilizadas para su medida. Esto es, las magnitudes escalares están representadas por el ente matemático más simple, por un número.

Podemos decir que poseen un módulo pero carecen de dirección. Su valor puede ser independiente del observador (por ejemplo: la masa, la temperatura, la densidad, etc.) o depender de la posición: la energía potencial, o estado de movimiento del observador: la energía cinética). En otras palabras: son aquellas que quedan perfectamente determinadas cuando se expresa su cantidad mediante un número seguido de la unidad correspondiente. La longitud, el volumen, la masa, la temperatura, la energía, son algunos ejemplos.

Un escalar es un tipo de magnitud física que se expresa por un solo número y tiene el mismo valor para todos los observadores.

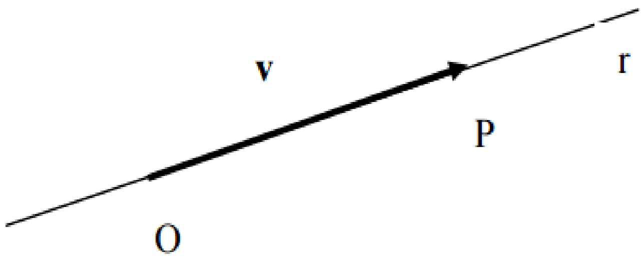
Una magnitud física se denomina escalar cuando se representa con un único número (única coordenada) invariable en cualquier sistema de referencia. Por ejemplo, la temperatura de un cuerpo se expresa con una magnitud escalar. Así la masa de un cuerpo es un escalar, pues basta un número para representarla (por ejemplo: el peso de un persona: 75 libras).

Magnitud o módulo: 75
Unidad: libras.

Resumiendo: las magnitudes escalares son aquellas que quedan totalmente determinadas dando un solo número real y una unidad de medida.

Las magnitudes vectoriales: son aquellas que quedan caracterizadas por una cantidad (intensidad o módulo), una dirección y un sentido. En un espacio euclidiano, de no más de tres dimensiones, un vector se representa mediante un segmento orientado. Ejemplos de estas magnitudes son: la velocidad, la aceleración, la fuerza, el campo eléctrico, intensidad luminosa… Son aquellas que precisan para su total definición que se especifique, además de los elementos anteriores, una dirección o una recta de acción y un sentido.

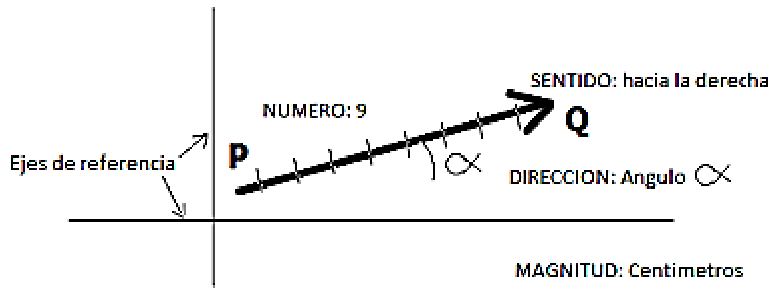
La fuerza, constituye un ejemplo de este tipo de magnitud, pues sus efectos al actuar sobre un cuerpo dependerán no sólo de su cantidad, sino también de la línea a lo largo de la cual se ejerza su acción.



En física, un vector (también llamado vector euclidiano o vector geométrico) es una magnitud física definida en un sistema de referencia que se caracteriza por tener módulo (o longitud) y una dirección (u orientación).

Las magnitudes vectoriales no se las puede determinar completamente mediante un número real y una unidad de medida. Por ejemplo, para dar la velocidad de un móvil en un punto del espacio, además de su intensidad se debe indicar la dirección del movimiento (dada por la recta tangente a la trayectoria en cada punto) y el sentido de movimiento en esa dirección (dado por las dos posibles orientaciones de la recta).

Vector: se llama vector a todo segmento orientado. El primero de los puntos que lo determinan se llama origen "O" y el segundo punto se llama extremo "P" del vector.



La recta que contiene al vector determina la dirección del mismo y la orientación sobre la recta, definida por el origen y el extremo del vector, determina su sentido. En la figura se representa el vector "v" sobre la recta "r", de origen O y extremo P. En adelante los vectores serán designados con letras mayúsculas o minúsculas en negrita.

En otras palabras los vectores se representan gráficamente por segmentos acabados en una punta de flecha. Queda determinado su módulo por la longitud del segmento; su dirección por la recta a que pertenece; y su sentido por la punta de la flecha. Al origen del vector se le llama punto de aplicación.

Una punta de flecha en un extremo indica el sentido; la longitud del segmento, interpretada con una escala determina la magnitud.

La dirección del vector se especifica al dar los ángulos que forma el segmento de recta con los ejes de coordenadas.

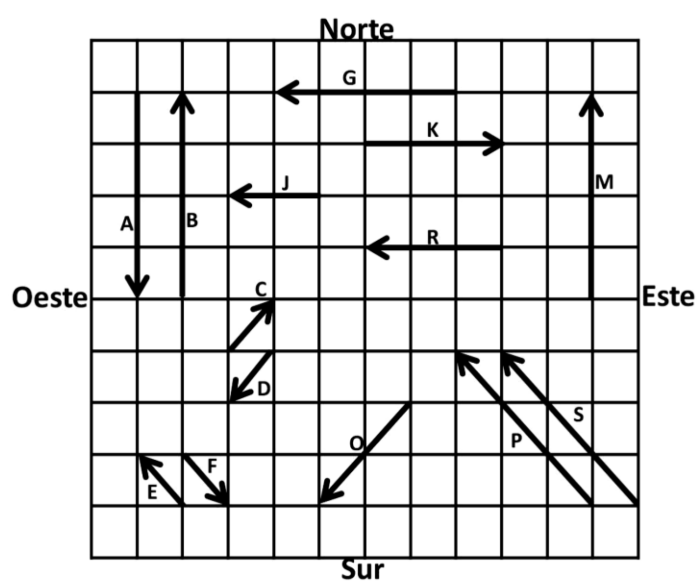
Módulo de un vector: se denomina módulo de un vector a la longitud, unidad o número del segmento orientado que lo define. Una cantidad vectorial se especifica totalmente por una magnitud y una dirección. Consiste en un número, sentido y una dirección. Las cantidades vectoriales son representadas por medio de vectores.

Por ejemplo, "una velocidad de 30 km/h" queda totalmente descrita si se define su dirección y sentido: "una velocidad de 30 km/h hacia el norte" a partir de un marco de referencia determinado (los puntos cardinales).

- ✓ Magnitud o módulo: 30
- ✓ Unidad o número: velocidad.
- ✓ Dirección: 85 grados norte.
- ✓ Sentido: derecha, izquierda…

NOTACIÓN DE VECTORES

Para la escritura de vectores se utiliza la notación representando estas magnitudes vectoriales por letras negritas. Por ejemplo; **V** (en negrita); y la representación de su módulo por la correspondiente letra cursiva *V* o bien la notación **|V|**. Cuando definamos el vector por su origen (**O**) y extremo (**O¨**) convendremos en representarlo así: **OO¨** o también mediante la diferencia simbólica **O´- O**. Sin embargo, en las figuras optamos por representarlos como normalmente se hace en un manuscrito o en la pizarra del aula, es decir, con la flecha indicativa de vector sobre la letra que representa a la magnitud vectorial correspondiente.



Dirección de un vector con puntos cardinales: Para dar la dirección de un vector mediante puntos cardinales se anota de primero el punto cardinal norte o sur de acuerdo a la ubicación del vector, luego el ángulo que forma con el norte o sur y finalmente el punto cardinal este u oeste según corresponda. Nota: Recuerde los cuadrantes del plano cartesiano y sus respectivos signos, serán de utilidad al realizar operaciones vectoriales.

EJERCICIO 03. En esta actividad podrá formarse una representación mental del concepto de vector. Analiza el cuadro de la derecha:

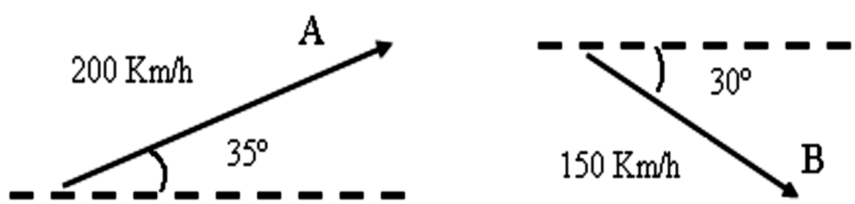
VECTORES	MAGNITUD	DIRECCIÓN	SENTIDO
A y B			
G y K			
C y D			
E y F			
P y S			
R y G			
B y M			
O y P			
C y J			
A y S			
F y J			

Luego, con la información del cuadro llena la tabla de abajo. Compara el par de vectores que se le indican, colocando en cada columna la palabra: iguales o diferentes, según sea tu apreciación.

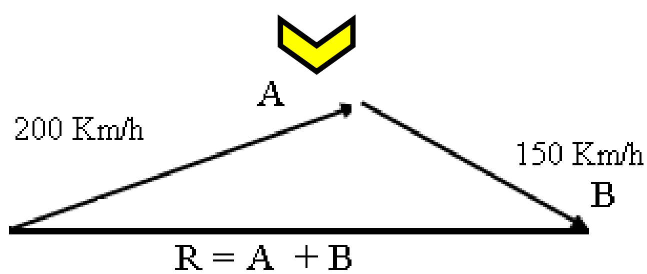
OPERACIONES CON VECTORES

Para sumar vectores por el método gráfico debe colocarse todos los vectores a sumar uniendo el fin del primer vector con el principio del siguiente y así sucesivamente. Cuando se haya terminado con el último, se unen el principio del primer vector con el fin del último vector; esta unión es otro vector llamado vector resultante. La suma gráfica de vectores con regla y transportador a veces no tiene la exactitud suficiente y no es útil cuando los vectores están en tres dimensiones.

Ejemplo. Sumar los vectores A y B

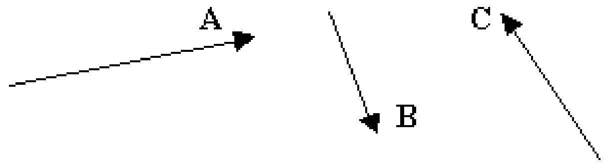


Solución. Se coloca el fin del primer vector (A) con el principio del siguiente vector (B).



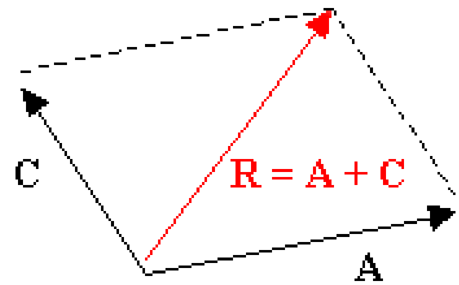
Sabemos, de la suma de vectores, que todo vector puede descomponerse como la suma de otros dos vectores, llamados los componentes vectoriales del vector original. Para sumarlos, lo usual es escoger las componentes sumando a lo largo de dos direcciones perpendiculares entre sí.

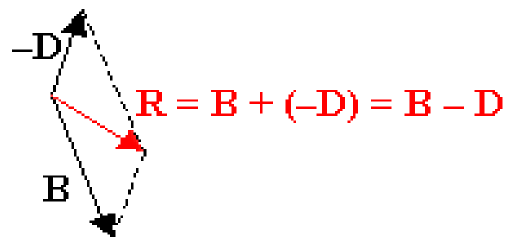
El Método del Paralelogramo: permite sumar dos vectores de manera sencilla. Consiste en colocar los dos vectores, con su magnitud a escala, dirección y sentido originales, en el origen, de manera que los dos vectores inicien en el mismo punto. Los dos vectores forman dos lados adyacentes del paralelogramo. Los otros lados se construyen trazando líneas paralelas a los vectores opuestos de igual longitud. El vector suma resultante se representa a escala mediante un segmento de recta dado por la diagonal del paralelogramo, partiendo del origen en el que se unen los vectores hasta la intersección de las paralelas trazadas. Para sumar dos vectores, unimos sus colas y formamos un paralelogramo. La resultante será la diagonal que parte de la unión de las colas. Usaremos los siguientes vectores:



EJEMPLO A. Efectuar la suma A + C.

Al juntar las colas de los vectores y formar un paralelogramo tendríamos la siguiente resultante (en rojo).





EJEMPLO B. Efectuar la resta B – D. Esta resta equivale a B + (–D). Por lo tanto, juntaremos las colas de los vectores B y (–D), formando luego un paralelogramo. Posteriormente, obtenemos la resultante (en rojo).

Propiedades de la suma de vectores:

1. Asociativa: $u + (v + w) = (u + v) + w$
2. Conmutativa: $u + v = v + u$
3. Elemento neutro: $u + 0 = u$
4. Elemento opuesto: $u + (-u) = 0$

EJERCICIO 04. Con la ayuda de su catedrático(a) y en hojas aparte realice las siguientes sumas y restas con los vectores dados (arriba). Las respuestas deben ser gráficas.

1) C + B	**6)** A + D
2) B + A	**7)** C + A
3) B – A	**8)** B – C
4) D – C	**9)** B + D
5) A – D	**10)** A – C

SUMAR Y RESTAR VECTORES CON COMPONENTES CONOCIDAS

Dado que los vectores tienen una magnitud escalar y otra direccional, normalmente se pueden dividir dimensionalmente en distintas partes basándonos en sus coordenadas ***x***, ***y*** o ***z***. Estas dimensiones suelen expresarse con una notación parecida a la que se utiliza para localizar puntos en un sistema de coordenadas (por ejemplo, $<x, y, z>$). Si conocemos estos componentes, sumar o restar vectores es tan sencillo como sumar o restar sus coordenadas *x, y* y *z.* Toma en cuenta que los vectores pueden tener 1, 2 o 3 dimensiones.

Por lo tanto, los vectores pueden tener solo una componente x, las componentes x e y, o las componentes *x, y* y *z.* El ejemplo que puedes ver abajo muestra vectores tridimensionales, pero el proceso es el mismo para los vectores bidimensionales y unidimensionales.

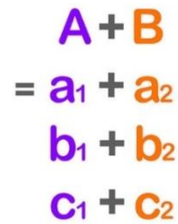
Supongamos que tenemos dos vectores tridimensionales A y B. Podemos expresar estos vectores en notación vectorial como $A = <a_1, b_1, c_1>$ y $B = <a_2, b_2, c_2>$, donde a_1 y a_2 son sus componentes x, b_1 y b_2 son sus componentes y, y c_1 y c_2 son sus componentes z.

$$A = <a_1, b_1, c_1>$$
$$B = <a_2, b_2, c_2>$$

Para sumar dos vectores: suma sus componentes.

Si conocemos las componentes de dos vectores, estos vectores se pueden sumar sumando sus correspondientes componentes dimensionales. En otras palabras, suma la componente x del primer vector con la componente x del segundo y haz lo mismo para las componentes y y z. Los resultados que obtengas después de sumar las componentes x, y y z de los vectores originales son las componentes x, y y z del nuevo vector.

En términos generales: A+B = a1+a2, b1+b2, c1+c2



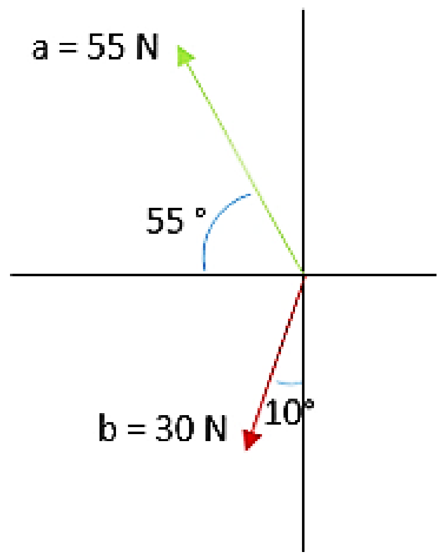
Sumemos dos vectores A y B.

- ✓ A = <5, 9, -10>
- ✓ B = <17, -3, -2>.
- ✓ A + B = <5+17, 9+-3, -10+-2>,
- ✓ Como veremos el Resultado es: <**22, 6, -12**>.

Para restar dos vectores, resta sus componentes. Debido a las reglas, restarle un vector a otro puede ser equivalente a sumarle su "opuesto". Si conocemos las componentes de dos vectores, se le puede restar un vector a otro restándole las componentes del primero al segundo simplemente (o sumando sus negativos). En términos generales, A-B = <a1-a2, b1-b2, c1-c2>

Restémosle al vector A, el vector B.

- ✓ A = <18, 5, 3>
- ✓ B = <-10, 9, -10>.
- ✓ A - B = <18--10, 5-9, 3--10>
- ✓ Como veremos el Resultado es <**28, -4, 13**>.



Sin embargo, puede ocurrir que los vectores nos sean dados sin sus componentes, entonces es necesario extraerlos de la información que nos es dada. En el caso de la suma de vectores, se puede hacer como ya estudiamos de dos maneras, sumando por componentes o por un método gráfico. Para hacer una suma de vectores por componentes necesitamos saber las componentes en "x" y en "y" de cada vector, y ¿cómo obtener las componentes de un vector?

a = 55 N, b = 30 N

Primero sacamos los ángulos de cada vector al eje "x" positivo en sentido opuesto al de las manecillas.

- ✓ θ a =125°
- ✓ θ b = 180 + 90 – 10 = 260°

Ahora sacamos las componentes en "x" multiplicando la magnitud por el coseno del ángulo al eje "x" positivo.

- ✓ ax = 55N (*cos* 125°) = -31.55 N
- ✓ bx = 30N (*cos* 260°) = -5.2 N

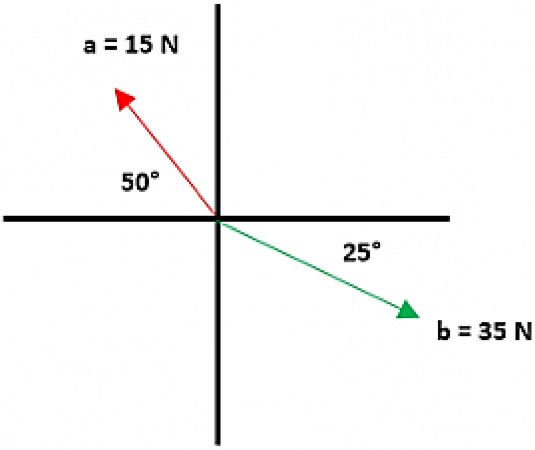
Ahora sacamos las componentes en "y" multiplicando la magnitud por el seno del ángulo al eje "x" positivo.

- ✓ ay = 55N (*sen* 125°) = 45.05 N
- ✓ by = 30N (*sen* 260°) = -29.54 N

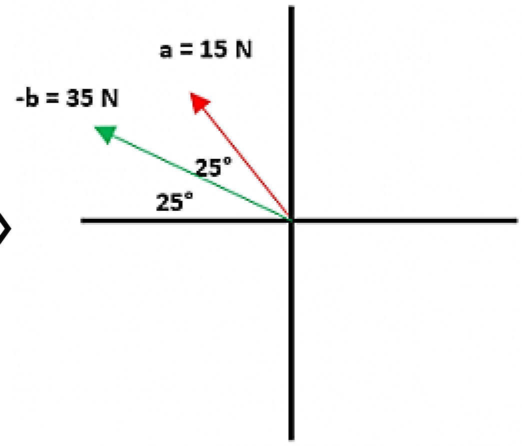
**Este método tiene la ventaja de sumar o restar dos o más vectores a la vez.

- ✓ Ahora sumamos las componentes en "x" y en "y": a+b = <-36.75, 15.51>
- ✓ El vector resultante tiene una magnitud de **39.89 N**.

En el caso de la resta de vectores de componentes desconocidos este sería el procedimiento, Tenemos los siguientes vectores:



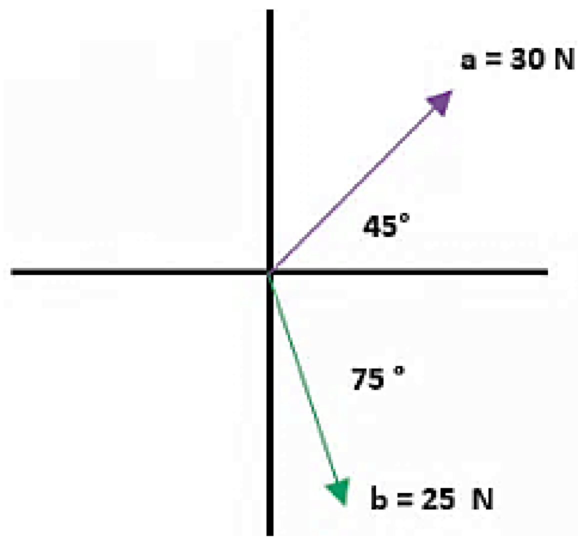
Obtenemos el vector opuesto de *b:*



a = 15 N -b = 35 N

- ✓ Medimos el ángulo al eje "x" positivo: θa = 180-50 = 130°, θb = 180-25 = 155°
- ✓ Sacamos la componente en "x": ax = 15 cos 130° = -9.64, bx = 35 cos 155° = -31.72
- ✓ Sacamos la componente en "y": ay = 15 sen 130° = 11.49, by = 35 sen 155° = 14.79
- ✓ Sumamos las componentes en x y las componentes en y: **a + (-b) = (-41.36, 26.28)**

EJERCICIO 05: con la ayuda de su Docente y siguiendo el procedimiento que fue explicado anteriormente, resuelve en tu cuaderno la siguiente resta de vectores, este ejemplo se resolverá por el método de las componentes, tenemos los siguientes vectores (derecha):



CINEMÁTICA

Los primeros en intentar describir el movimiento fueron los astrónomos y los filósofos griegos. Hacia 1605, Galileo Galilei hizo sus famosos estudios del movimiento de caída libre y de esferas en planos inclinados a fin de comprender aspectos del movimiento relevantes en su tiempo, como el movimiento de los planetas y de las balas de cañón. Posteriormente, el estudio de la cicloide realizado por Evangelista Torricelli (1608-1647) fue configurando lo que se conocería como geometría del movimiento.

La cinemática es la rama de la mecánica clásica que se ocupa del estudio de las leyes del movimiento de los cuerpos, independientemente y sin tener en cuenta aquellas causas que lo producen, es decir, la cinemática, se centra y limita a estudiar la trayectoria de un cuerpo en función del tiempo. La palabra cinemática proviene del griego "kineema", que significa movimiento.

Luego las aportaciones de Nicolás Copérnico, Tycho Brahe y Johannes Kepler expandieron los horizontes en la descripción del movimiento durante el siglo XVI. En el 1687, con la publicación de la obra titulada *Principia*, Isaac Newton hizo la mayor aportación conocida al estudio sistemático del movimiento. Isaac Newton (1642 - 1727) fue un físico y matemático inglés, considerado una de las mentes más brillantes en la historia de la ciencia. Entre otros numerosos aportes, estableció las tres leyes del movimiento que llevan su nombre, contribuyendo así al campo de la dinámica, y también postuló la Ley de gravitación universal.

El vocablo cinemática fue creado por André-Marie Ampère (1775-1836), quien delimitó el contenido de esta disciplina y aclaró su posición dentro del campo de la mecánica. Desde entonces y hasta la actualidad la cinemática ha continuado su desarrollo hasta adquirir una estructura propia.

ELEMENTOS

1. Los elementos básicos de la cinemática son el espacio, el tiempo y un móvil.
2. En la mecánica clásica se admite la existencia de un espacio absoluto, es decir, un espacio anterior a todo el objeto material; independiente de la existencia de estos. Este espacio es el escenario donde ocurren todos los fenómenos físicos, y se supone que todas las leyes de la física se cumplen rigurosamente en todas las regiones del mismo. El espacio físico se representa en la mecánica clásica mediante un espacio euclidiano.
3. Análogamente, la mecánica clásica admite la existencia de un tiempo absoluto que transcurre del mismo modo en todas las regiones del Universo y que es independiente de la existencia de los objetos materiales y de la ocurrencia de los fenómenos físicos.
4. El móvil más simple que se puede considerar es el punto material o partícula; cuando en la cinemática se estudia este caso particular de móvil, se denomina cinemática de la partícula, y cuando el móvil bajo estudio es un cuerpo rígido se lo puede considerar un sistema de partículas y hacer extensivos análogos conceptos; en este caso se le denomina cinemática del sólido rígido o del cuerpo rígido.

FUNDAMENTO DE LA CINEMÁTICA CLÁSICA

La cinemática trata del estudio del movimiento de los cuerpos en general y, en particular, el caso simplificado del movimiento de un punto material, más no estudia por qué se mueven los cuerpos. Para sistemas de muchas partículas, por ejemplo los fluidos, las leyes de movimiento se estudian en la mecánica de fluidos.

El movimiento trazado por una partícula lo mide un observador respecto a un sistema de referencia. Desde el punto de vista matemático, la cinemática expresa cómo varían las coordenadas de posición de la partícula (o partículas) en función del tiempo.

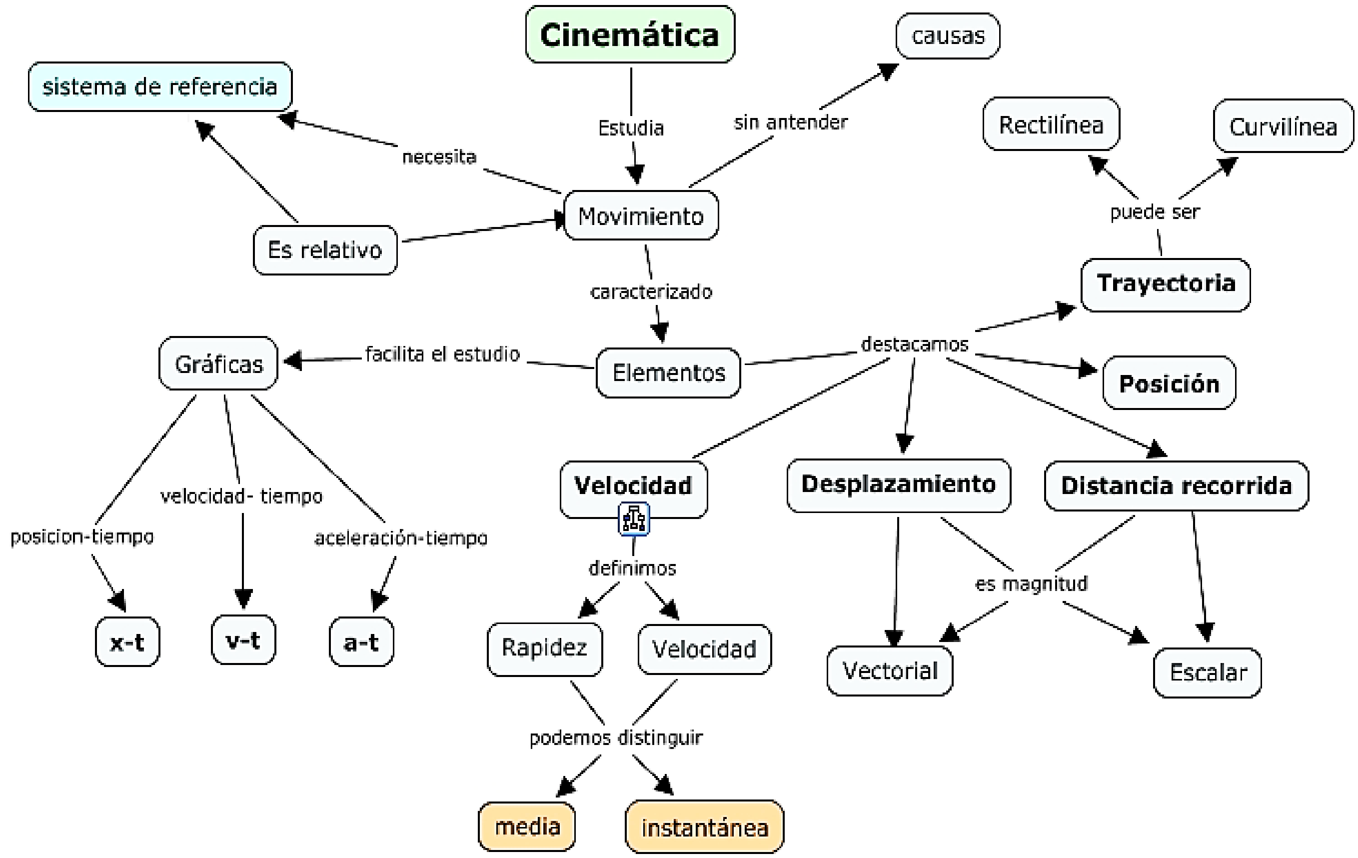
La función matemática que describe la trayectoria recorrida por el cuerpo (o partícula) depende de la velocidad (la rapidez con la que cambia de posición un móvil) y de la aceleración (variación de la velocidad respecto del tiempo).

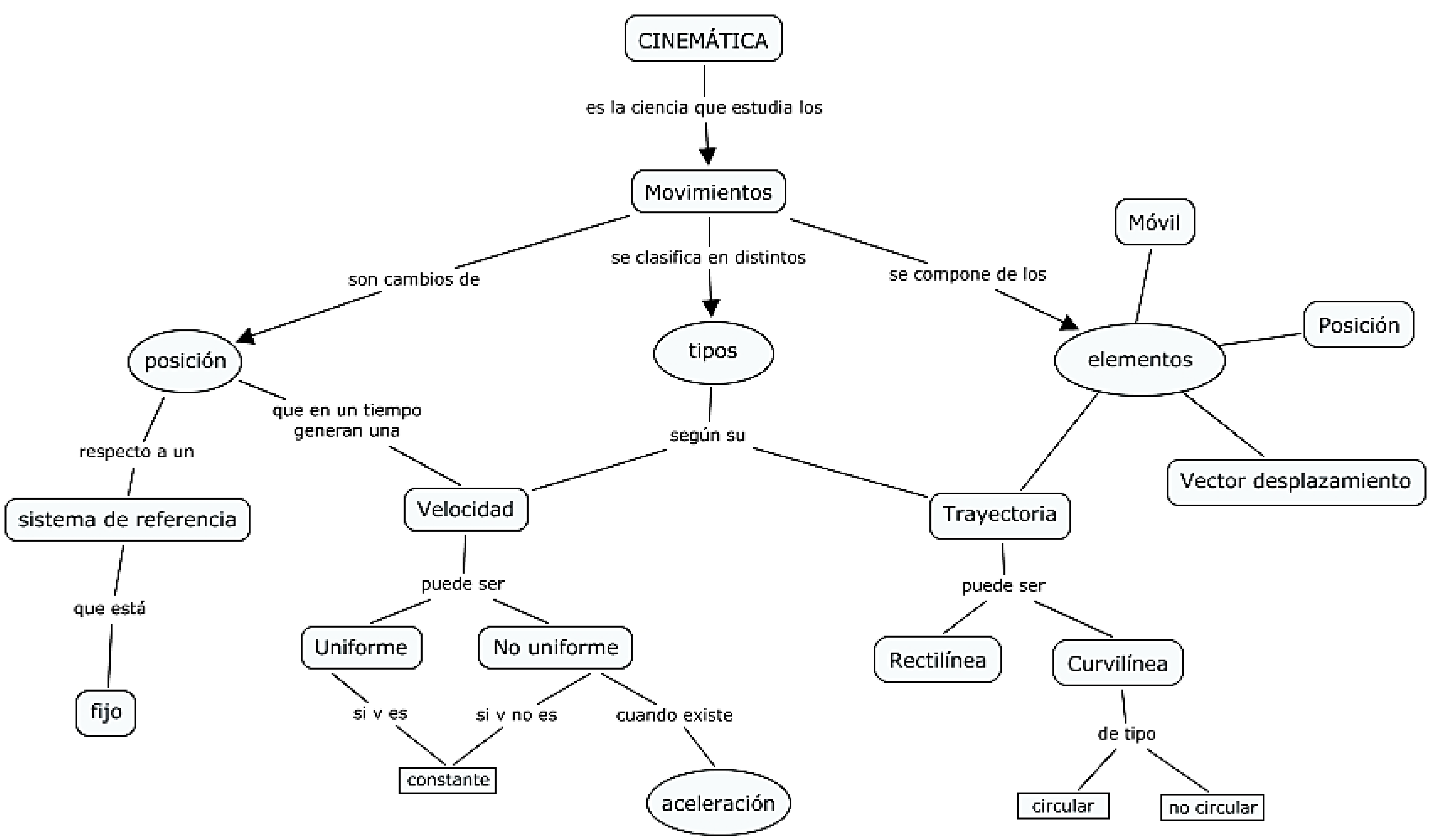
El movimiento de una partícula (o cuerpo rígido) se puede describir según los valores de velocidad y aceleración, que son magnitudes vectoriales:

- Si la aceleración es nula, da lugar a un movimiento rectilíneo uniforme y la velocidad permanece constante a lo largo del tiempo.
- Si la aceleración es constante con igual dirección que la velocidad, da lugar al movimiento rectilíneo uniformemente acelerado y la velocidad variará a lo largo del tiempo.
- Si la aceleración es constante con dirección perpendicular a la velocidad, da lugar al movimiento circular uniforme, donde el módulo de la velocidad es constante, cambiando su dirección con el tiempo.
- Cuando la aceleración es constante y está en el mismo plano que la velocidad y la trayectoria, tiene lugar el movimiento parabólico, donde la componente de la velocidad en la dirección de la aceleración se comporta como un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, y la componente perpendicular se comporta como un movimiento rectilíneo uniforme, y se genera una trayectoria parabólica al componer ambas.
- En el movimiento armónico simple se tiene un movimiento periódico de vaivén, como el del péndulo, en el cual un cuerpo oscila a un lado y a otro desde la posición de equilibrio en una dirección determinada y en intervalos iguales de tiempo. La aceleración y la velocidad son funciones, en este caso, sinusoidales del tiempo.

Cuando un cuerpo posee varios movimientos simultáneamente, como por ejemplo uno de traslación y otro de rotación, se puede estudiar cada uno por separado en el sistema de referencia que sea apropiado para cada uno, y luego, superponer los movimientos.

A continuación, dos mapas conceptuales.

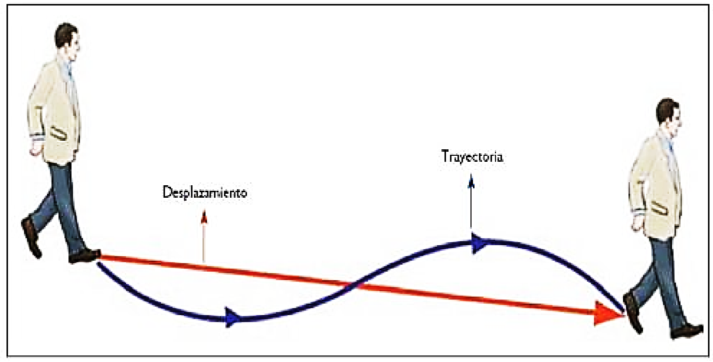




En su casa y con la ayuda de bibliografía o de la información digital del buscador Google u otros, en su cuaderno, copie las preguntas numeradas abajo y a mano responda los siguientes enunciados y compara su respuesta con la dada por otros dos compañeros y entregarlo al profesor al finalizar la clase:

1. ¿Cuál es la velocidad de la luz?
2. ¿Cuál es la velocidad del sonido?
3. La velocidad de un barco es 40 nudos ¿A cuánto equivale un nudo en Km/h? y ¿Cuánto es 40 nudos?

TRAYECTORIA O DESPLAZAMIENTO



Concepto de movimiento y reposo. Se dice que un cuerpo se mueve con movimiento relativo a otro, cuando su posición respecto a éste, cambia con el transcurso del tiempo. Si la posición permanece constante al cabo de un tiempo, se dice que se encuentra en reposo relativo. Tanto el movimiento como el reposo son relativos y no absolutos, porque no hay en el universo un punto totalmente quieto que se pueda tomar como punto de referencia.

Posición de una partícula. La posición de una partícula sobre una recta, a partir de un origen la da la abscisa X. El vector que une el origen a la partícula es el vector posición X. La partícula se mueve de la posición inicial 0 x hasta la posición final x, el vector desplazamiento es:

$$\Delta\vec{x} = \vec{x}_{final} - \vec{x}_{inicial}$$

El símbolo "**Δ**" significa incremento, es decir el intervalo de la cantidad puesta a su derecha y siempre es la cantidad menos la inicial".

La abscisa (coordenada) depende del tiempo; se puede atribuir para cada posición de la partícula un tiempo (t).

Entonces el valor posición en función del tiempo **x = v (t)** El desplazamiento se efectúa en el intervalo de tiempo **Δt = t - t o**

Ejemplo 1. Sobre una recta, un cuerpo tiene una posición dada por la ecuación x 50t, x en Km y t en horas.

- ✓ Para t0 la posición será x= 50(0), x = 0 Km
- ✓ Para t1 la posición será x= 50(1), x = 50 Km
- ✓ Para t2 la posición será x= 50(2), x = 100 Km
- ✓ Para t3 la posición será x= 50(3), x=50(3), x= 150 km.

Velocidad de una partícula: es la rapidez en la que cambia de posición un móvil. Es el resultado de dividir el espacio recorrido por el tiempo que ha sido necesario para recorrerlo. Cuanto más tarda un objeto en recorrer una distancia menor es su velocidad. Se representa con la fórmula:

$$V = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_0}{t - t_0}$$

Ejemplo 2. Un auto recorre 120 Km en 3 horas. ¿Cuál es su velocidad media?

$$V = \frac{\text{distancia total recorrida}}{\text{tiempo empleado en recorrerla}}$$

Aceleración de una partícula: es la relación entre los cambios en la velocidad y el tiempo en el que tienen lugar, es decir, nos habla de cuánto tarda la velocidad en aumentar o disminuir durante el desplazamiento, si ha sido más rápido o más lento. Es la razón del incremento de la velocidad al intervalo de tiempo correspondiente.

$$a = \frac{\text{velocidad final - velocidad inicial}}{\text{tiempo}}$$

esto es, $a = \dfrac{v_f - v_i}{t}$

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V(t) - V_{inicial}}{t - t_{inicial}} = \frac{V(t) - V_0}{t - t_0}$$

$$\bar{v} = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{120\,Km - 0\,Km}{3\,h - 0\,h} = \frac{120\,Km}{3\,h} = 40\,km/h. \qquad v = 40\,km/h.$$

Cuando un vector aceleración se dirige en la dirección positiva del eje, la aceleración positiva indica que la velocidad está creciendo, es decir el movimiento se acelera. Si la aceleración es negativa, la velocidad está disminuyendo y el movimiento se desacelera.

Ejemplo 3. Sobre una recta un auto acelera de una velocidad de 50 Km/h a 110 Km/h en 3 horas. ¿Cuál es la aceleración?

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t - t_0} = \frac{110\,km/h - 50\,km/h}{3\,h} = \frac{60\,km/h}{3\,h} = 20\,km/h^2$$

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU o MU)

El movimiento rectilíneo Uniforme se caracteriza por que la trayectoria de un móvil, es una línea recta, recorriendo distancias iguales en tiempos iguales; su velocidad es CONSTANTE lo que implica que la aceleración es nula.

Un movimiento es uniforme cuando su velocidad ***v*** es constante. Definamos las magnitudes del MRU.

- ✓ Desplazamiento (x): Es el cambio de posición que realiza un móvil. ***X***: Distancia o espacio recorrido (Km, mts. o pies).
- ✓ Tiempo (ŧ): Es la duración de un evento físico. ŧ: Tiempo (h, min. o s).
- ✓ Velocidad (***v***): Es el cambio de desplazamiento sobre unidad de tiempo. La velocidad de un cuerpo se da en unidad de desplazamiento sobre unidad de tiempo (L/T). V: Velocidad (Km/h, m/s, cm/s o pies/s).

Ejemplo. Un automóvil se mueve con velocidad constante a razón de 100 Km/h, durante 5 horas. Calcular la distancia recorrida.

Solución:

La velocidad es constante entonces utilizaremos la ecuación: $x = v \cdot t$
Reemplazando en esta ecuación los valores: $x = 100\,Km/h \times 5\,h$
El desplazamiento es: $x = 500\,km$

Ejemplo. Juan fue en su automóvil a la tienda a comprar la cena; Juana llama a Juan a su teléfono para preguntarle si tardará mucho en llegar porque ella tiene mucha hambre. 12 minutos después llega Juan a su casa con la cena. ¿A qué distancia de la casa se encontraba Juan cuando recibió la llamada? Ten en cuenta que el auto de Juan llevaba una velocidad de 120 km / h.

Datos:

v = 120 km / h = 2 km / minutos
t = 12 minutos
d = x

Fórmula:

d = v * t

Sustitución y resultado:

d = 2 km / minuto * 12 minutos **d = 24 km**

Ejemplo. El auto nuevo de Juan se desplaza con movimiento rectilíneo uniforme, ¿cuánto tardará en recorrer 258 kilómetros si se desplaza con una velocidad de 86 kilómetros por hora?

Datos:

v = 86 km / h
d = 258 km

t = x

Fórmula:

t = d / v

Sustitución y resultados:

$$t = \frac{258 \text{ km / h}}{86 \text{ km / h}} \qquad \mathbf{t = 3\ h}$$

Ejemplo. Un automóvil se desplaza con una velocidad de 30 m por segundo, con movimiento rectilíneo uniforme. Calcule la distancia que recorrerá en 12 segundos.

Datos:

v= 30 m/s
t = 12 seg.
d= ¿?

Procedimiento: Se aplica la fórmula conocida y se reemplazan los datos conocidos:

$$t = \frac{d}{v} \Rightarrow d = v \cdot t \qquad d = v \cdot t = 30\frac{m}{\cancel{seg}} \cdot 12\ \cancel{seg} = 360\ m$$

El Automóvil recorrerá 360 metros.

Ejemplo. Un automóvil se desplaza con movimiento rectilíneo uniforme ¿cuánto tiempo tardará en recorrer 258 kilómetros si se mueve con una rapidez de 86 kilómetros por hora?

Datos:

D= 258 km
v= 86 km/h.
t= ¿?

Formula: Apliquemos la fórmula conocida para calcular el tiempo:

$$t = \frac{d}{v}$$

Reemplacemos con los datos que tenemos:

$$t = \frac{258\ \cancel{Km}}{86\ \frac{\cancel{Km}}{h}} = 3$$

El automóvil tardará 3 horas en recorrer 258 kilómetros si se desplaza a 86 Km/h.

EJERCICIO 07. Resuelva los siguientes problemas sobre movimiento rectilíneo uniforme.

1. Una bicicleta se desplaza por un camino horizontal. Si se mueve a razón de 8 m/s. ¿Cuánto tardará en recorrer 100 m?

2. Se desea saber la velocidad de un automóvil y una persona se para 700 m delante de donde el automóvil parte. Cuando pasa junto a él activa un cronómetro y lo detiene cuando el auto está a 1500 m de su punto de partida. Si el cronómetro marcó 40 s. ¿Cuál era la velocidad del automóvil?

3. Un atleta recorre 100 m en 10 s. a) ¿Con qué velocidad se desplaza?, b) ¿Qué distancia recorrería en una hora si pudiera mantener esa velocidad?

4. Un bus en el trayecto Guatemala-Chimaltenango, tarda una hora tres cuartos. Si la distancia que recorre es de 110 km, ¿Con qué velocidad se desplazó? Exprese el resultado en Km/h y en m/s.

5. La velocidad del sonido en el aire es de 340 m/s. ¿Cuánto tarda un espectador de un partido de fútbol en escuchar el ruido de un "disparo" (sonido del balón al ser golpeado) que se lanza a 127,5 m de distancia de él?

6. Un atleta corre una maratón de 42 kilómetros en 2 horas y 15 minutos. ¿Cuál es su velocidad?

7. Desde un mismo punto parten un automóvil azul, a razón de 72 km/h, y una camioneta amarilla, a razón de 15 m/s. a) ¿Qué distancia los separará al cabo de media hora si se dirigen hacia un mismo lugar?, b) ¿Qué distancia los separará al cabo de media hora si parten (desde el mismo punto) en sentidos contrarios?

8. Un automóvil recorre 40 km en media hora. a) ¿Cuál es su velocidad?; b) Si mantiene esa velocidad, ¿Cuánto tardará en recorrer 320 km, desde que partió?; c) ¿Qué distancia habrá recorrido en los primeros 16 minutos?

9. Un auto de juguete avanza según las siguientes condiciones: en madera a 0,5 m/s; en cemento a 0,4 m/s, en baldosa a 0,8 m/s. ¿Cuánto tarda en recorrer una distancia total de 20 metros, repartidos en 4 metros de madera, 2,5 metros de cemento y el resto en baldosa?

10. Un avión se mueve en línea recta a una velocidad constante de 400 km/h durante 1,5 h de su recorrido. ¿Qué distancia recorrió en ese tiempo?
Datos: v = 400 k/h   t = 1,5 h   d = ?

11. Analiza la tabla de datos del movimiento de un corredor en un tramo recto de una competencia. Determina:

distancia (m)	0	10	20	30	40	50
tiempo (s)	0	2	4	6	8	10

- ✓ El valor de la velocidad ha corrido 10 m, 30 m, y 50 m.
- ✓ El tipo de movimiento del corredor atendiendo al valor de su velocidad y al valor de su velocidad. Argumenta (desarrolle su respuesta).
- ✓ La distancia recorrida a los 4 s de iniciado el movimiento.

12. ¿Qué tiempo demorará una señal de radio enviada desde la Tierra en llegar a la Luna? Dato útil: Distancia desde la Tierra hasta la Luna (400 000 km/s) y la velocidad de expansión de la onda de radio es (300,000 K/s)

13. Un automóvil parte de la ciudad A a la B a una velocidad 20 Km/h otro automóvil parte en el mismo instante de la ciudad B a la A a 50 Km/h. Si las dos ciudades distan entre sí 200 Km, determinar la posición y el instante del encuentro de los dos automóviles.

14. ¿A qué velocidad debe circular un auto de carreras para recorrer 50km en un cuarto de hora?

15. Una bicicleta circula en línea recta a una velocidad de 15km/h durante 45 minutos. ¿Qué distancia recorre?