

CBS

Colegio Bautista Shalom



Matemática Financiera I

Cuarto PMP

Cuarto Bimestre

Contenidos**INTERÉS SIMPLE Y COMPUESTO**

- ✓ INTERÉS SIMPLE.
- ✓ INTERÉS COMPUESTO.

PRORRATEO DE FACTURAS

- ✓ PRORRATEO.

ESTADÍSTICA

- ✓ DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS.
- ✓ LA FRECUENCIA.
- ✓ EL CÁLCULO DE LAS FRECUENCIAS.
- ✓ GRÁFICAS DE ESTADÍSTICA.

NOTA: conforme avances en tu aprendizaje tu catedrático(a) te indicará la actividad o ejercicio a realizar. Sigue sus instrucciones.

INTERÉS SIMPLE Y COMPUESTO

INTERÉS SIMPLE

Es la operación financiera donde interviene un capital, un tiempo predeterminado de pago y una tasa o razón, para obtener un cierto beneficio económico llamado interés.

La fórmula más conocida de interés simple es:

$$I = \frac{C \cdot R \cdot T}{100 \cdot ut}$$

En donde:

I: es el interés, o dinero a cobrar o pagar
 C: es el capital, o dinero a considerar
 R: es la tasa o razón
 T: es el tiempo pactado de la operación
 ut: es la unidad del tiempo considerado.

Ejemplo:

Calcular el interés producido por un capital de Q 10,000.00 colocado durante 60 meses al 6.5 % anual.

Datos:

C = Q 10,000.00
 T = 60 meses $\Rightarrow$ 5 años
 R = 6.5%
 ut = 1 año

Sustituyendo los datos en la fórmula:

$$I = \frac{10,000 \times 6.5 \times 5}{100 \times 1} = Q 3,250.00$$

Anotación: es importante distinguir entre el tiempo T y la unidad de tiempo ut .

El primero indica el tiempo establecido o pactado en el que se ha puesto el dinero y el segundo indica el valor numérico de la unidad de medida del tiempo.

Para realizar otro tipo de cálculos en Matemática Comercial tomando la fórmula de interés simple, se realizan las siguientes modificaciones:

$$\text{Tasa: } i = \frac{R}{100}$$

$$\text{Período: } n = \frac{T}{ut}$$

Ahora se procede a sustituir a "i" y a "n" en la fórmula original:

$$I = \frac{C \cdot R \cdot T}{100 \cdot ut} \Rightarrow I = \frac{C \cdot i \cdot n}{100 \cdot ut}$$

$$I = \frac{C \cdot \frac{R}{100} \cdot \frac{T}{ut}}{100 \cdot ut}$$

$$I = C \cdot \frac{i}{1} \cdot \frac{n}{1}$$

En donde la fórmula queda simplificada de la siguiente forma:

$$I = C \cdot i \cdot n$$

A partir de esta nueva fórmula se deducen las siguientes:

Monto: Capital colocado más el interés ganados.

$$M = C + I$$

Sustituyendo a I en la fórmula del Monto, se obtiene:

$$M = C + (C \cdot i \cdot n)$$

Factor común:

$$M = C(1 + i \cdot n)$$

Ejemplo 1:

Un capital de Q 2,700.00 es colocado en un banco a plazo fijo durante 2 años a una tasa mensual del 3%. ¿Cuál es el valor del interés ganado y el monto que se obtendrá?

Datos:

$$C = Q 50,700.00$$

$$i = 3\% \approx 0.003 \text{ mensual}$$

$$n = 2 \text{ años} \approx 24 \text{ meses}$$

Solución:

$$I = C \cdot i \cdot n \Rightarrow$$

$$I = 50,700 \cdot 0.03 \cdot 24 \Rightarrow$$

$$I = Q 36,504.00$$

$$M = Q 50,700.00 + Q 36,504.00 \Rightarrow$$

$$M = Q 87,204.00$$

En este caso se podría hallar también con la otra fórmula:

$$M = C(1 + i \cdot n)$$

$$M = Q 50,700.00(1 + 0.03 \cdot 24)$$

$$M = Q 50,700.00(1.72)$$

$$M = Q 87,204.00$$

Ejemplo 2:

Un capital de Q 800.00 se convirtió en Q 850.00 pasados 2 bimestres. ¿A qué tasa de interés mensual se colocó el capital?

Datos:

$$C = Q 800.00$$

$$i = ?$$

$$n = 2 \text{ bimestres} \approx 4 \text{ meses}$$

$$M = Q 850.00$$

$$I = Q 50.00$$

Se toma la fórmula, se sustituyen los datos y luego se despeja la variable o incógnita que se desea averiguar.

$$I = C \cdot i \cdot n$$

$$50.00 = 800 \cdot i \cdot 4$$

$$50.00 = 3,200 \cdot i$$

$$\frac{50.00}{3,200} = i$$

$$0.016 = i$$

Esto significa que la tasa mensual es 0,015 o la razón 1,5 % mensual.

Ejemplo 3:

Un capital se ha convertido en Q 32,410.80 al pasar 15 meses, si al capital se le aplicó el 6% mensual. ¿Cuál fue el capital invertido?

Datos:

$$C = ?$$

$$i = 6\% \approx 0.06 \text{ por ciento}$$

$$n = 15 \text{ meses}$$

$$M = Q 32,410.80$$

Se toma la fórmula que tiene todas las variables con los datos dados y la incógnita que se desea conocer.

$$M = C(1 + i \cdot n)$$

Sustituyendo datos y operando:

$$Q 32,410.80 = C(1 + 0.06 \cdot 15)$$

$$Q\ 32,410.80 = C(1 + 0.9)$$

Despejando la variable C :

$$Q\ 32,410.80 = C(1.9)$$

$$\frac{Q\ 32,410.80}{1.9} = C$$

$$Q\ 17,058.30 = C$$

Ejemplo 4:

Encontrar el tiempo en que estuvo colocado un capital de Q 2,500.00 que fue depositado con una tasa de interés anual del 15%, obteniéndose una ganancia de Q 500.00.

Datos:

$$C = Q\ 2,500.00$$

$$i = 15\% \approx 0.15 \text{ por ciento}$$

$$I = Q\ 500.00$$

Dada la fórmula:

$$I = C \cdot i \cdot n$$

Sustituir datos y operar:

$$Q\ 500.00 = Q\ 2,500.00 \cdot 0.15 \cdot n$$

$$Q\ 500.00 = Q\ 375 \cdot n$$

$$\frac{Q\ 500.00}{Q\ 375} = n$$

$$1.33 = n$$

Como el tiempo debe ser exacto se procede a calcular el punto decimal años.

$$1.33 \text{ años} = 1 \text{ año} + 0.33 \text{ años} \times 12 \text{ meses}$$

$$\Rightarrow 1 \text{ año} + 3.96 \text{ meses}$$

$$\Rightarrow 1 \text{ año} + 3 \text{ meses} + 0.96 \text{ meses} \times 30 \text{ días}$$

$$\Rightarrow 1 \text{ año} + 3 \text{ meses} + 28.8$$

$$n = 1 \text{ año} 3 \text{ meses} 29 \text{ días.}$$

EJERCICIO 01. Realizar los siguientes problemas de Interés Simple. Utilizar la fórmula adecuada a cada incógnita que se desee encontrar.

- 1) Un capital se incrementa a Q 9,200.00 en 32 meses, si la tasa es del 2% mensual. Hallar el capital inicial y el interés sobre el mismo.
- 2) Encontrar la tasa de interés aplicada a un capital de Q 1,200.00 para que se pueda incrementar en Q 1,900.00. En un lapso de 3 meses.
- 3) Indicar el valor del capital que al ser colocado al 15 % bimestral durante 3 años produjo un monto de Q 14,300.00
- 4) Un capital de Q 950.00 sufre un aumento del 24 % y luego un descuento del mismo valor, hallar el monto final.
- 5) Un capital de Q 4,500.00 se incrementa en Q 7,800.00 al transcurrir un año. Calcular el interés, la razón y la tasa bimestral.
- 6) Un inversionista coloca Q 10,000.00 en un banco que le paga un 7 % bimestral en un año, luego retira la cuarta parte del monto y lo coloca en otro banco al 6 % bimestral durante medio año ¿Cuál será el monto por recibir por parte del inversionista al final del tiempo?
- 7) Calcular el tiempo que estuvo depositado un capital de Q 14,300.00 si se obtuvo una ganancia de Q 9,200.00 al ser colocado al 13% mensual.
- 8) Indicar el porcentaje de aumento final que sufre un producto si valía Q 600.00 y le fueron agregados tres aumentos consecutivos del 10 % cada uno, siendo estos realizados pasados 9 meses.
- 9) Se depositan Q 1,700.00 el 1 de marzo y se retiran el 31 de julio. Si la razón era del 12.5% trimestral. Calcular el interés y el monto obtenido al final.
- 10) Calcular el tiempo que estuvo depositado un capital de Q 7,500.00 si se obtuvo una ganancia de Q 2,450.00 al ser colocado al 14% anual.

INTERÉS COMPUESTO

Existiendo un capital C invertido en un tiempo determinado n a una tasa de interés i compuesto por año.

Durante el primer año el capital C produce un interés $I_1 = C \times i$. en este caso el capital final será:

$$C_1 = C + C \cdot i \Rightarrow C_1 = C(1 + i)$$

Al final del segundo año, el capital C_1 produce un nuevo interés este es:

$$I_2 = C(1 + i) \cdot i \Rightarrow I_2 = C(i + i^2)$$

Entonces el capital final será:

$$C_2 = C_1 + I_2 = C(1 + i) + C(i + i^2) = C(i^2 + 2i + 1) = C \cdot (1 + i)^2$$

Al terminar n - años el capital C , invertido según el modo de interés compuesto se transformará en un capital C_n .

Entonces:

$$C_n = C(1 + i)^n$$

Dado que el interés es la diferencia entre el capital final y el inicial.

$$I = C_n - C = C(1 + i)^n - C$$

Factorizando el caso de factor común.

$$I = C[(1 + i)^n - 1]$$

La tasa de interés se obtiene despejando en la fórmula de C_n :

$$C_n = C(1 + i)^n$$

Despejando en función de i .

$$\frac{C_n}{C} = (1 + i)^n$$

$$\sqrt[n]{\frac{C_n}{C}} = 1 + i$$

$$\sqrt[n]{\frac{C_n}{C}} - 1 = i$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{C_n}{C}} - 1$$

Aunque la fórmula del interés compuesto se ha deducido para una tasa de interés anual durante n años, todo sigue siendo válido si los periodos de conversión son semestres, trimestres, días, etc., sin más que convertir éstos a años:

- ✓ Si los periodos de conversión son semestrales.
- ✓ Si los periodos de conversión son trimestrales.

Ejemplo 1: Encontrar cuál es el monto final de un capital de Q 3,200.00 al cabo de 8 años, estando a una tasa de interés compuesto del 9% anual.

Según la fórmula:

$$C_n = C(1 + i)^n$$

$$C_n = Q\,3,200.00(1 + 0.09)^8$$

$$C_n = Q\,3,200.00(1 + 0.09)^8$$

$$C_n = Q 3,200.00(1.09)^8$$

$$C_n = Q 3,200.00(1.99)$$

$$C_n = Q 6,368.00$$

Ejemplo 2: Un capital el cual ha sido invertido durante 15 años a una tasa de interés compuesto anualmente de 6.3% se ha transformado en Q 460,000.00. Hallar el capital inicial. Haciendo la salvedad que el interés se ha pagado de forma trimestral.

$$C_n = ? \cdot \left[1 + \frac{i}{4}\right]^{4 \cdot 15}$$

$$C_n = C \cdot \left[1 + \frac{i}{4}\right]^{4 \cdot 15}$$

$$Q 460,000.00 = C \cdot \left[1 + \frac{0.063}{4}\right]^{60}$$

$$Q 460,000.00 = C \cdot [1 + 0.01575]^{60}$$

$$Q 460,000.00 = C \cdot [1.01575]^{60}$$

$$Q 460,000.00 = C \cdot 2.55394$$

$$\frac{Q 460,000.00}{2.55394} = C \Rightarrow C = Q 180,113.86$$

Ejemplo 3: Calcular la tasa de interés compuesto por año, el cual, se le ha estado aplicando a cierto capital. Este es de Q 7,500.00 durante 6 años, el mismo se ha convertido al cabo del tiempo en Q 13,900.00

Sustituyendo los datos en la fórmula:

$$Cn = C(1+i)^n$$

$$Q 13,900.00 = Q 7,500.00(1+i)^4$$

$$Q 13,900.00 = Q 7,500.00(1+i)^4$$

$$\frac{Q 13,900.00}{Q 7,500.00} = (1+i)^4$$

$$\frac{Q 13,900.00}{Q 7,500.00} = 1^4 + i^4$$

$$\frac{Q 13,900.00}{Q 7,500.00} = 1 + i^4$$

$$\sqrt[4]{\left(\frac{Q\ 13,900.00}{Q\ 7,500.00}\right)} = 1 + i$$

$$\sqrt[4]{1.853333...} = 1 + i$$

$$1.6677841 = 1 + i$$

$$1.6677841 - 1 = i \Rightarrow i = 0.16677840 \Rightarrow 0.17 \cdot 100 = 17\%$$

Por lo tanto, la tasa de interés es de 17%.

EJERCICIO 02. Resolver los siguientes problemas aplicando el interés compuesto. Identificar cuál es la cantidad que se pide encontrar y emplear la fórmula adecuada.

- 1)** Un capital Q 12,800.00 ha sido colocado durante 5 bimestres en una financiera la cual ofrece una tasa de interés del 7% cada bimestre. Hallar la cantidad de interés ganado y cuál será el monto final por recibir al terminar el plazo.
- 2)** Cierta capital gana Q 375.50 de intereses al colocarlos durante 7 meses en una financiera que paga el 24% anual. Hallar cuánto se invirtió y cuánto se acumula.
- 3)** Se adquiere una maquinaria por Q 7,000.00 dando al momento de la compra un 60% del valor inicial, financiando el resto durante 9 trimestres. De esta forma, terminan pagándose Q 900.00 de intereses. ¿Qué tasa anual le fue aplicada? ¿Cuánto pagó en total por la maquinaria?
- 4)** ¿Cuántos meses deben transcurrir para que Q12,300.00 colocados al 3.6% bimensual se conviertan en Q 42,550.00?
- 5)** Una empresa decide invertir Q 15,640.00 durante 16 meses a una tasa que le garantice que ganará Q 3,000.00 ¿A qué tasa trimestral deberá invertir?
- 6)** Una cuenta de ahorros ofrece el 0,05% diario. Si decide guardar allí Q 5,800.00 durante 10 meses y 20 días. ¿Cuánto retirará al final del período?
- 7)** Un terreno se compra, pero a los dos años y 5 meses se vende por Q 6,478.70, luego de ganar Q 2,038.70 por inflación. ¿Qué tasa de inflación semestral se está usando?
- 8)** Una empresa decide colocar cierto capital durante 14 meses al 17,5% anual en un banco. Al final de ese período, tras ganar Q 3,250.00 de intereses, tiene un total de Q 4,800.00 Determine cuánto fue el capital colocado.
- 9)** El 4 de abril se colocó Q 7,000.00 en una cuenta de ahorro VIP que me ofrece el 5% simple mensual. Se retirará el dinero cuando haya ganado Q 1,500.00 de intereses. ¿Cuándo debo realizar el retiro?
- 10)** Se coloca cierto capital al 17.4% anual. Determine cuánto tiempo pasará para que este capital se cuadriplique.

PRORRATEO DE FACTURAS

PRORRATEO

Actividad que se realiza cuando se compra en el extranjero o cuando los gastos de traslado de la compra son altos.

Se puede presentar en varios casos:

- 1)** El vendedor cubra todos los gastos.
- 2)** Cuando se compra en el extranjero o sea es necesario tener presente el cambio vigente.
- 3)** Cuando los gastos de traslado son muy altos y paga el comprador. Hay que determinar el valor y el peso de la mercadería.

El Arancel General de Aduanas indica:

Peso Bruto: se refiere al peso total de la mercancía empacada ó envasada.

Tara: se refiere al peso de envases o empaques en los cuales pueda venir la mercancía.

Peso Neto: se refiere al peso de la mercancía sin tomar en cuenta el peso del empaque.

Peso Legal: se refiere al precio sobre el cual se fija los derechos aduanales, el arancel que corresponda, sea nacional o extranjero.

Gastos al Valor

Estos gastos incluyen:

- ✓ Seguro.
- ✓ Impuesto de importación.
- ✓ Gastos de guarda.
- ✓ Comisión sobre el importe de la factura.
- ✓ Derechos y honorarios aduanales.
- ✓ Financiamiento.

Gastos al Peso

El peso tiene que estar en libras si viene en kilos se hace conversión. Se incluye:

- ✓ Fletes aéreos, terrestres y/o marítimos.
- ✓ Fletes y acarreos.
- ✓ Almacenaje.

Ejemplo 1:

Una factura hace constar la existencia de los siguientes productos: 280 qq de Cemento Cemex, el valor de cada saco es de Q 42.50, pagándose Q 0.35 por unidad de empaque; por transporte (acarreo) se cancela Q 128.00 y por gastos diversos Q 49.50. Hallar el precio del costo y hallar el precio de venta del quintal si se desea una utilidad del 25% sobre el costo.

Solución:

Valor de la Factura	280 qq x Q 42.50 = Q 11,900.00
Empaque	280 qq x Q 0.35 = Q 98.00
Transporte (acarreo)	= Q 128.00
Gastos varios	= Q 49.50
Total, de Factura	<u>= Q 12,175.50</u>

Precio de Costo (c/u qq) $Q 12,175.50 \div 280 = Q 43.48$

Utilidad sobre el Precio de Costo:

$$Q 43.48 \times 0.25 = Q 10.87$$

Precio de Venta:

$$\begin{aligned} &\text{Precio de Costo} + \text{Utilidad sobre el Costo} \\ &Q 43.48 + Q 10.87 = Q 54.35 \text{ (c/u qq)} \end{aligned}$$

Ejemplo 2:

El prorrateo tiene por objetivo determinar el precio de costo de una mercancía adquirida por piezas docenas, kilogramos, toneladas, litros o mts acumulando el precio unitario de factura de los artículos comprados el reparto de gastos ocasionados por el traslado de las mercancías desde el almacén del vendedor hasta el comprador.

La empresa Los Tres importa de E.U asientos para autos Go-Kart dicha importación se realiza con un intermediario y comprende 1,000 asientos con un peso bruto de 10,000 kg y un neto de 12,000kg y por gastos originados en el trayecto de Estados Unidos al país: empaques US\$ 500 fletes en E.U. US\$ 3,000 seguro terrestre US\$1,500 factura consular US\$ 5,000; US\$ 5, 000 cotización del dólar Q 7.80 más gastos originados en el trayecto de la frontera hacia la capital, almacenaje Q 3,000.00 acarreo Q1,500.00 derechos de importación \$ 3,800 comisión del agente aduanal Q 30,000 determinar el precio de costo en moneda nacional por asiento:

Gastos originados en el trayecto desde su país de origen al país al peso de los Sillones. Datos:

Empaque:	US\$ 500
Flete en Estados Unidos:	<u>US\$ 3,000</u>
Total:	US\$ 3,500

Aplicación al valor de los sillones:

Seguro terrestre:	US\$ 1,500
Factura consular:	US\$ 5,000
Comisión del intermediario:	<u>US\$ 50,000</u>
Total:	US\$ 56,500

Conversión de la moneda extranjera a nacional:

$$56,000 \times 7.80 = Q 436,800.00$$

Gastos de la frontera a la capital:

Fletes de acarreo 1500
Almacenaje 3 000
Total: 4500

Gastos desde la frontera hacia la capital al valor de los sillones:

Derechos de importación US\$ 3,800 x 7.80 Q 14,440.00
Comisión de la gente Q 30,000.00
Total: Q 44,440.00

Precio de costo por asiento:

$$Q 56,000.00 + Q 4,500.00 + Q 44,440.00 = 104940/1000 = Q 104.94$$

Ejemplo 3:

Se ampara con una factura la compra de 16 microondas color blanco marca Emerson con puerta – espejo, cada uno a Q 750.00; también se compraron 9 microondas color plata y negro marca Patito cada uno a Q 450.00.

Se efectuaron los siguientes gastos:

Seguro: 6,8% por millar sobre el valor de dicha factura
Comisión: 4.5% sobre el valor de dicha factura
Derechos de aduana: 19% sobre la compra realizada.
Trasporte (acarreo), almacenamiento y flete: Q 8.50 por unidad.
Gastos diversos: Q 500.00

Solución:

Valor de la Factura:

$$\begin{aligned} Q 750.00 \times 16 &= Q 12,000.00 \\ Q 450.00 \times 9 &= Q 4,050.00 \\ \text{Total: } 25 &= Q 16,050.00 \end{aligned}$$

Se desea conocer el precio de costo para poder fijar un precio de venta y que este incluya una utilidad del 14% unitaria por cada tipo de microondas.

Gastos al valor:

Seguro:	6,8% por millar sobre	Q 16,050.00 = Q 1,091.40
Comisión:	4.5% sobre	Q 16,050.00 = Q 722.25
Derechos de aduana	19% sobre	Q 16,050.00 = Q 3,049.50

Trasporte (acarreo), almacenamiento y flete:

$$Q 8.50 \times 25 = Q 212.50$$

Gastos diversos: Q 500.00

Total: Q 5,575.65

Los gastos son reducidos por unidad, es decir, lo correspondiente a cada Q 1.00; obteniéndose así, el factor de prorrateo.

$$FP = \frac{Q 5,575.65}{Q 16,050.00} = 0.347393$$

Luego se distribuyen o prorratean los gastos por cada tipo de mercancía:

$$Q 12,000.00 \times Q 0.347393 = Q 4,168.72$$

$$Q 4,050.00 \times Q 0.347393 = Q 1,406.94$$

Total = Q 5,575.66

El costo de los microondas marca Emerson es:

$$Q 12,000.00 + Q 4,168.72 = Q 16,168.72$$

El costo de los microondas marca Patito es:

$$Q 4,050.00 + Q 1,406.94 = Q 5,456.94$$

Determinando el costo por unidad:

$$\text{Microondas Emerson} \rightarrow Q 16,168.72 \div 16 = Q 1,010.55$$

$$\text{Microondas Patito} \rightarrow Q 5,456.94 \div 9 = Q 606.33$$

Para obtener una utilidad del 14%:

$$\text{Microondas Emerson} \rightarrow Q 1,010.55 \times 0.14 = Q 141.48$$

$$\text{Microondas Patito} \rightarrow Q 606.33 \times 0.14 = Q 84.88$$

El precio de Venta finalmente es (precio de costo + % utilidad):

$$\text{Precio de venta Microondas Emerson} = Q 1,010.55 + Q 141.48 = Q 1,152.03$$

$$\text{Precio de venta de Microondas Patito} = Q 606.94 + 84.88 = Q 691.82$$

EJERCICIO 03. Realizar el prorrateo de las siguientes facturas. Resolver en el cuaderno de tareas.

1) En una abarrotería hay una factura que representa una transacción y hace constar que se cuenta con 2,000 libras de maíz, el valor por libra es de Q 4.20, por acarreo de la terminal hacia el depósito se paga Q 97.50; correspondiente a gastos diversos se cancela Q 27.00 ¿Cuál será el precio de costo de cada libra? ¿Cuál será el precio de venta final si se desea vender con un 14% más sobre el costo?

2) En una oficina se comprueba la existencia de 10 cajas con 20 resmas de papel para impresión c/caja con una factura, cada caja tiene un precio costo de Q 115.00 se comprueba que se pagó por acarreo Q 85.00 de la papelería hasta la oficina; gastos varios Q 22.00 ¿Cuál será el precio de costo de cada por resma? ¿Cuál será el precio de venta de cada resma si se desea ganar un 20% por caja?

3) Se ampara con una factura la compra de 10 lavadoras color blanco marca Samsung, cada una a Q 3,200.00; se compraron 5 lavadoras – secadoras color de aluminio marca Whirlpool cada una a Q 3,500.00 y 12 secadoras marca Kenmore a Q 5,200.00

Se efectuaron los siguientes gastos:

Seguro: 7,5% por millar sobre el valor de dicha factura
Comisión: 5.5% sobre el valor de dicha factura
Derechos de aduana: 7.9% sobre la compra realizada
Trasporte (acarreo), almacenamiento y flete: Q 200.00 por unidad.
Gastos diversos: Q 3,500.00

Se desea conocer el precio de costo para poder fijar un precio de venta y que este incluya una utilidad del 22% unitaria por cada electrodoméstico (de forma unitaria).

4) La empresa Colchones Cómodos importa de Canadá sofá-camas la importación se realiza con un intermediario y comprende 500 asientos con un peso bruto de 14,000 kg y un neto de 12,000kg y por gastos originados en el trayecto de Canadá al país: empaques US\$ 700 fletes en E.U. US\$ 18,000 seguro terrestre US\$5,000 factura consular US\$ 5,000; cotización del dólar Q 7.80 más gastos originados en el trayecto dentro de Estados Unidos US\$ 10,000 y de la frontera hacia la capital, almacenaje Q 6,000.00 acarreo Q2,300.00 derechos de importación \$ 2,980 comisión del agente aduanal Q 31,000 determinar el precio de costo en moneda nacional por asiento.

ESTADÍSTICA

Estadística: Es la rama de las matemáticas que se ocupa de reunir, organizar y analizar datos numéricos, y que ayuda a resolver problemas como el diseño de experimentos y toma de decisiones.

Estadística descriptiva: La estadística descriptiva se refiere a la parte del estudio que incluye la obtención, organización, presentación y descripción de la información numérica.

Estadística inferencial: La estadística inferencial es una técnica mediante la cual se obtiene generalizaciones o se toman decisiones en base a una información parcial o incompleta obtenida mediante técnicas descriptivas.

Población: conjunto de todos los individuos (personas, objetos, animales, etc.) que porten información sobre el fenómeno que se estudia. Por ejemplo, si se estudia la edad de los habitantes en una ciudad, la población será el total de los habitantes de dicha ciudad.

Muestra: subconjunto de la población seleccionado de acuerdo con un criterio, y que sea representativo de la población. Por ejemplo, elegir 30 personas por cada colonia de la ciudad para saber sus edades, y este será representativo para la ciudad.

Individuo: cualquier elemento que porte información sobre el fenómeno que se estudia. Así, si se estudia la altura de los niños de una clase, cada alumno es un individuo; si estudiamos la edad de cada habitante, cada habitante es un individuo.

Variable: Fenómeno que puede tomar diversos valores. Las variables pueden ser de dos tipos:

Variables cualitativas o atributos: no se pueden medir numéricamente (por ejemplo: nacionalidad, color de la piel, sexo).

Variables cuantitativas: tienen valor numérico (edad, precio de un producto, ingresos anuales)

Por su parte, las variables cuantitativas se pueden clasificar en:

Discretas: sólo pueden tomar valores enteros (1, 2, 8, -4, etc.). Por ejemplo: número de hermanos (puede ser 1, 2, 3..., etc., pero, por ejemplo, nunca podrá ser 3,45).

Continuas: pueden tomar cualquier valor real dentro de un intervalo. Por ejemplo, la velocidad de un vehículo puede ser 80,3 km/h, 94,57 km/h etc.

Datos: características o números que son recolectados por observación. No son otra cosa que el producto de las observaciones efectuadas en las personas y objetos en los cuales se produce el fenómeno que queremos estudiar. Los datos estadísticos pueden ser clasificados en cualitativos, cuantitativos, cronológicos y geográficos.

DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS

Cuando se reúne gran cantidad de datos es útil **distribuirlos en clases y categorías** y determinar las **frecuencias de las clases**, quiere decir el número de elementos que pertenecen a una clase.

El ordenamiento tabular de los datos por clases juntamente con las frecuencias de clases se denomina **distribución de frecuencia**.

Si en conjunto de datos representado por la variable estadística x_i siendo los datos $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ teniendo presente que n representa el número correspondiente a los valores de la variable considerada.

Se definirá como **frecuencia de un dato** el número de veces que este aparece en el conjunto de datos consecuentemente, si una variable estadística toma r valores, cada uno de los cuales puede repetirse un cierto número de veces, podríamos decir que el número de datos representado por la variable serían N , siendo N la suma de las respectivas frecuencias de cada dato $N = \sum x_i$.

Este valor N será denominado como **frecuencia total**, mientras que la frecuencia de cada dato recibirá el nombre de **frecuencia absoluta** o simplemente **frecuencia (f_i)**. La frecuencia absoluta nos habla del número de veces que un dato aparece en la colección de datos. Para obtener una idea de la importancia que un dato posee en el seno de un colectivo, puesto que no es suficiente concepto de frecuencia, se utiliza el concepto **frecuencia relativa**, que se definirá como: **el coeficiente entre la frecuencia absoluta del dato considerado y la frecuencia total**.

$$fr = \frac{f_i}{\sum x_i}$$

Por ejemplo:

Se realizó un estudio en 5 universidades tomando a nueve alumnos de cada una como muestra. Esto con el fin de hacer un estudio en la inversión que hacen los alumnos en materiales de estudio (lapiceros, hojas, lápices, etc.) durante un semestre. Los datos obtenidos son los siguientes.

165	145	119	148	158
148	168	117	105	136
136	125	148	108	178
179	191	225	204	104
205	197	119	209	157
209	205	221	178	247
235	217	222	224	187
265	148	165	228	239
245	152	148	115	150

Solución:

1. Efectuar el arreglo ordenado (Ascendente o Descendente) de la población o muestra.

$$A = (X_1, X_2, \dots, X_n)$$

$A = (104, 105, 108, 115, 117, 119, 119, 125, 136, 136, 145, 148, 148, 148, 148, 148, 150, 152, 157, 158, 165, 165, 168, 178, 178, 179, 187, 191, 197, 204, 205, 205, 209, 209, 217, 221, 222, 224, 225, 228, 235, 239, 245, 247, 265)$.

2. Obtener la frecuencia absoluta mediante la tabulación o conteo de los datos (homogenizar los datos). Sería el cálculo del Rango o *Recorrido* que es la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo de los datos tabulados.

$$R = (\text{valor mayor} - \text{valor menor}) = X_n - X_1$$

Dónde: X_1 = valor mínimo = 104

X_n = valor máximo = 265

Entonces, $R = (265 - 104)$
 $R = 161$

3. Se calcula el número de clases o intervalos de clases (K). Para este cálculo se utiliza la **fórmula de Sturges**.

$$K = 1 + 2.30(\log. N)$$

Lo que significa; K = **Número de intervalos**

$$\text{Número de intervalos} = 1 + 2.30 (\log 45)$$

N = 45 → el número de los datos elegidos al azar (la muestra tomada).

$$\text{Número de intervalos} = 4.8 \approx 5$$

4. Determinar la amplitud de la clase (C). Esto quiere decir que la Amplitud = Ancho.

$$C = \frac{R}{K}$$

Rango

Número del intervalo

Nota: el resultado siempre se aproxima al siguiente entero si excede al número entero obtenido, no importa el monto de la fracción excedida al entero.

~ C = se lee "se aproxima a..."

$$C = \frac{161}{5}$$

$$C = 32.2 \approx 32$$

5. El dato menor (X_1) será el **límite inferior** de la primera clase. A él se le suma C y se obtiene el **límite superior** de la primera clase y el siguiente número el límite inferior de la segunda clase. Luego se suma nuevamente C y se obtiene el límite superior del segundo intervalo y el siguiente número es el límite inferior de la tercera clase. Y así sucesivamente hasta que el límite superior corresponda o supere ligeramente el valor mayor (X_n), la cantidad de clases obtenidas deberá corresponder con el número K calculado mediante la fórmula de Sturges. Hay que recordar que éstos son los límites de la clase o mejor conocidos como **Límites Aparentes (Límite Aparente Inferior y Límite Aparente Superior)**.

6. Una vez contruidos los intervalos se calculan, mediante tabulación de acuerdo con los límites inferiores y superiores de las clases, el punto medio o marca de las clases (de los límites aparentes), las frecuencias absolutas, relativas, porcentuales y acumuladas correspondientes.

7. Con los datos obtenidos se procede a construir la tabla de distribución de frecuencia.

Punto Medio de Clase o Marca de Clase (X_i): Es el valor medio de los límites de cada intervalo de clase. Suelen escogerse siempre intervalos de extensiones iguales.

Límites Aparentes		Límites Reales	
Inferior	Superior	Inferior	Superior
104	135	103.5	135.5
136	167	135.5	167.5
168	199	167.5	199.5
200	231	199.5	231.5
232	263	231.5	263.5
264	295	263.5	295.5

Aclaración: Los Límites Reales (límite real inferior y límite real superior) se calculan de la siguiente manera:

En este caso al Límite de Clase (Aparente Inferior) se le restará la incertidumbre que es 0.5; y al Límite de Clase (Aparente Superior) se le sumará la incertidumbre que es 0.5.

Tomando el primer intervalo 104 – 135
 $104 - 0.5 = 103.5 \rightarrow$ límite real inferior
 $135 + 0.5 = 135.5 \rightarrow$ límite real superior

LA FRECUENCIA

Es el número de datos o elementos de la muestra, que caen en un mismo intervalo de clase. Es decir, que sus valores quedan totalmente comprendidos dentro de los linderos de ese mismo intervalo.

La frecuencia puede ser:

Frecuencia Simple Absoluta. (f_i): El número de veces que se observa un mismo ítem (Los datos de una misma magnitud o clase), o la cantidad de datos que caen en un mismo intervalo.

Frecuencia Acumulada Absoluta. (f_a): Es la suma de las frecuencias de un intervalo de clase, con todas las frecuencias de los intervalos que le preceden.

De modo que también habrá frecuencias acumuladas absolutas y frecuencias acumuladas relativas.

Frecuencia Simple Relativa (f_r): Es la relación geométrica entre la frecuencia absoluta y el total de datos. O sea, el cociente de dividir el número de veces que aparece un dato de un intervalo, entre la totalidad de los datos que conforman la muestra de que se trate.

Frecuencia Acumulada Relativa ($f_a \text{ Rel}$): Viene a ser la acumulación de todas las frecuencias relativas hasta el mismo intervalo considerado, inclusive.

EL CÁLCULO DE LAS FRECUENCIAS

Como primer paso se dibuja una tabla en la cual se colocan en la primera columna la variable ordenada de menor a mayor y en la siguiente se hace el recuento. Luego, la columna se tomará para poder realizar la tabla de las frecuencias. Primero se realiza esta tabla por que el cálculo de la frecuencia se realiza según los intervalos de clase.

$X_n = (104, 105, 108, 115, 117, 119, 119, 125, 136, 136, 145, 148, 148, 148, 148, 150, 152, 157, 158, 165, 165, 168, 178, 178, 179, 187, 191, 197, 204, 205, 205, 209, 209, 217, 221, 222, 224, 225, 228, 235, 239, 245, 247, 265)$

Conforme a los intervalos

Intervalo entre los límites (32)	
Intervalo	Σf
104-135	8
136-167	14
168-199	7
200-231	11
232-263	4
264-295	1
	45

GRÁFICAS DE ESTADÍSTICA

POLÍGONO DE SECTORES

Un diagrama de sectores se puede utilizar para todo tipo de variables, pero se usa frecuentemente para las variables cualitativas

Los datos se representan en un círculo, de modo que el ángulo de cada sector es proporcional a la frecuencia absoluta correspondiente.

$$\alpha = \frac{360^\circ}{N} \cdot f_i$$

El diagrama circular se construye con la ayuda de un transportador de ángulos.

Ejemplo. En una clase de 30 alumnos, 12 juegan baloncesto, 3 practican la natación, 9 juegan fútbol y el resto no practica deporte.

$$\alpha_1 = \frac{360^\circ}{30} \cdot 12 = 144^\circ$$

$$\alpha_2 = \frac{360^\circ}{30} \cdot 3 = 36^\circ$$

$$\alpha_3 = \frac{360^\circ}{30} \cdot 9 = 108^\circ$$

$$\alpha_4 = \frac{360^\circ}{30} \cdot 6 = 72^\circ$$

	Alumnos	Ángulo
Baloncesto	12	144°
Natación	3	36°
Fútbol	9	108°
Sin deporte	6	72°
Total	30	360°



HISTOGRAMA

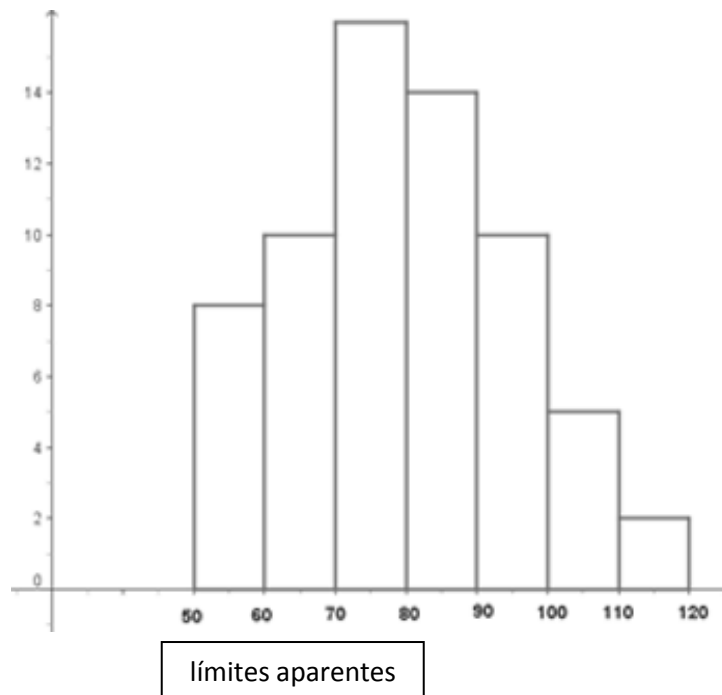
Es una representación gráfica de una variable en forma de barras. Es utilizada para variables continuas o para variables discretas, con un gran número de datos, y que se han agrupado en clases.

En el eje de las abscisas se construyen unos rectángulos que tienen por base la amplitud del intervalo, y por altura, la frecuencia absoluta de cada intervalo.

La superficie de cada barra debe de ser proporcional a la frecuencia de los valores representados.

Ejemplo: El peso de 65 personas está dado por la siguiente tabla.

Límites Aparentes	X_i	f_i	f_a
[50, 60)	55	8	8
[60, 70)	65	10	18
[70, 80)	75	16	34
[80, 90)	85	14	48
[90, 100)	95	10	58
[100, 110)	110	5	63
[110, 120)	115	2	65
		65	



EJERCICIO 04. Realizar lo que se pide a continuación con cada agrupación de datos. Realizar la gráfica por medio de polígono de sectores e histograma.

1. Ordenar los datos de forma ascendente.
2. Construir la tabla de los Límites Aparentes.

Tabla 1.

457	491	511	525	532	543	551
460	491	515	535	532	543	551
460	491	514	585	534	543	541
462	492	514	596	535	544	501
468	492	516	579	535	545	542

Tabla 2.

1	2	4	5	8	4	7
5	7	4	6	8	7	2
8	4	6	2	5	8	4
6	8	2	7	5	6	1
7	8	5	2	0	4	6

1. Realizar el cálculo del Punto Medio de la Clase.
2. Realizar los cálculos de las frecuencias f , f_i , f_a , f_r y f_a Relativa.

Tabla 1.

957	491	511	136	532	543	951
160	491	512	697	369	553	751
560	491	514	158	158	443	651
262	158	158	526	128	594	451
368	492	215	526	139	645	356

Tabla 2.

6	6	8	7	3	9	8	5
2	2	6	4	9	7	4	6
7	5	6	0	5	0	3	6
3	5	8	0	7	1	5	7
1	8	3	2	6	8	5	4