CBS
Colegio Bautista Shalom

Matemática Financiera
Sexto Perito
Primer Bimestre

Contenidos

ANUALIDADES

- ✓ ANUALIDAD DIFERIDA.
- ✓ DEFINICIÓN.
- ✓ CALCULO DE LA RENTA DE UNA ANUALIDAD DIFERIDA.
- ✓ CALCULO DE LA RENTA DE UNA ANUALIDAD DIFERIDA.
- ✓ CALCULO DEL TIEMPO DE UNA ANUALIDAD DIFERIDA.
- ✓ CALCULO DE LA TASA DE INTERÉS DE UNA ANUALIDAD DIFERIDA.

AMORTIZACIÓN Y FONDOS DE AMORTIZACIÓN

- ✓ SISTEMAS DE AMORTIZACIÓN.
- ✓ CÁLCULO DEL VALOR DE LA AMORTIZACIÓN.
- ✓ SALDO INSOLUTO.
- ✓ RENEGOCIACIÓN DE LA DEUDA.
- ✓ LA DIFERENCIA EN AMORTIZACIÓN Y FONDO DE AMORTIZACIÓN.
- ✓ CÁLCULO DEL VALOR DEL FONDO DE AMORTIZACIÓN.
- ✓ CÁLCULO DE LO ACUMULADO EN EL FONDO DE AMORTIZACIÓN (SALDO INSOLUTO).
- ✓ NÚMERO DE DEPÓSITO Y FONDO DE AHORRO.

INFORMACIÓN (INCLUÍDA EN ESTE DOCUMENTO EDUCATIVO) TOMADA DE:

1. *http://www.solocontabilidad.com/anualidades/anualidad-diferida*
2. *http://www.solocontabilidad.com/anualidades/calculo-de-la-renta-de-una-anualidad-diferida*
3. *http://www.solocontabilidad.com/anualidades/calculo-del-tiempo-de-una-anualidad-diferida*
4. *http://www.solocontabilidad.com/matematica-financiera/amortizacion-y-fondos-de-amortizacion*
5. *http://www.solocontabilidad.com/amortizacion-fondos-de-amortizacion/sistemas-de-amortizacion*
6. *http://www.solocontabilidad.com/amortizacion-fondos-de-amortizacion/calculo-del-valor-de-la-amortizacion*
7. *http://www.solocontabilidad.com/amortizacion-fondos-de-amortizacion/saldo-insoluto*
8. *http://www.solocontabilidad.com/amortizacion-fondos-de-amortizacion/renegociacion-de-la-deuda*
9. *http://www.solocontabilidad.com/amortizacion-fondos-de-amortizacion/fondos-de-amortizacion-sinking-fund*
10. *http://www.solocontabilidad.com/amortizacion-fondos-de-amortizacion/calculo-del-valor-del-fondo-de-amortizacion*
11. *http://www.solocontabilidad.com/amortizacion-fondos-de-amortizacion/calculo-de-lo-acumulado-en-el-fondo-de-amortizacion-saldo-insoluto*
12. *http://www.solocontabilidad.com/amortizacion-fondos-de-amortizacion/numero-de-deposito-y-fondo-de-ahorro*

NOTA: conforme vayas avanzando en el aprendizaje de cada uno de los temas desarrollados, encontrarás ejercicios a resolver con la ayuda de tu catedrático/a, o resuélvelos en casa para resolverlos en casa.

RECORDATORIO…

ANUALIDADES

Una *Anualidad* es una sucesión de pagos o rentas iguales en periodos o tiempos iguales.

Una anualidad se suele efectuar en los casos siguientes:

- **a)** Con el fin de constituir un fondo que llegue a alcanzar una suma determinada en un determinado de tiempo dado, es decir, constituir un capital.
- **b)** Con el fin de agotar un fondo en un número determinado de periodos, es decir, extinguir la deuda, que más adelante estudiaremos, estas dos partes.

Podemos citar a los dividendos sobre acciones, fondos de amortización, sueldos de cada mes, rentas de alquiler, impuestos, cuotas al club, pensiones escolares, amortización de crédito, rentas a jubilados, primas de seguros etc. según el caso.

Las podemos clasificar en:

<table>
<tr><td rowspan="2">CIERTAS</td><td>TEMPORAL</td><td rowspan="2">VENCIDAS
ANTICIPADAS</td><td rowspan="2">SIMPLES</td></tr>
<tr><td>PERPETUA</td></tr>
<tr><td rowspan="2">EVENTUALES o CONVERGENTES</td><td>VITALICIA</td><td rowspan="2">DIFERIDAS</td><td rowspan="2">GENERAL
IMPROPIA O
VARIABLE</td></tr>
<tr><td>TEMPORAL</td></tr>
</table>

Anualidades Ciertas: Son aquellos cuyos pagos comienzan y terminan en fechas determinadas (se establecen previamente, generalmente por contrato entre partes intervinientes, deudor, acreedor). Estos pueden ser:

Temporales: Cuando el plazo está determinado en una fecha y plazo específico, ejemplo: LEASING.

Perpetuidades: Son aquellas anualidades en que el tiempo no está determinado, ejemplo: emisión de bonos que en algunos países pagan (renta perpetua)

Anualidades Eventuales o Contingentes: Son aquellas cuya fecha inicial o final depende de algún suceso predecible pero su fecha de realización no puede especificarse por que están en función de algún acontecimiento externo no previsible exactamente, ejemplo: los seguros de vida, en los cuales se conoce la renta pero no su duración es incierta. Estos pueden ser:

Vitalicia: Es una anualidad que tiene vigencia mientras dure la vida del rentista.

Temporales: También se puede decir que una vitalicia termina en un determinado número de pagos aun cuando el rentista continúe con vida.

Las anualidades en general pueden ser a su vez:

Simples: Cuando el periodo de venta coincide con el periodo de capitalización

Generales: Cuando el periodo de renta no coincide con el periodo de capitalización, pueden darse varios periodos capitalizables por periodo de renta o varios periodos de renta por periodo de capitalización.

Impropia o variable: Son anualidades cuyas rentas no son iguales.

En resumen, las anualidades más usuales son:

- ✓ Anualidades vencidas: Cada periodo cada fin de mes, como son los sueldos
- ✓ Anualidades anticipadas: Inicio de cada mes como son los alquileres.
- ✓ Anualidades diferidas: después de cierto tiempo inicio de pago.

Continuaremos el aprendizaje con las *Anualidades Diferidas*, siguiendo con otros temas de suma importancia en Matemática Financiera…

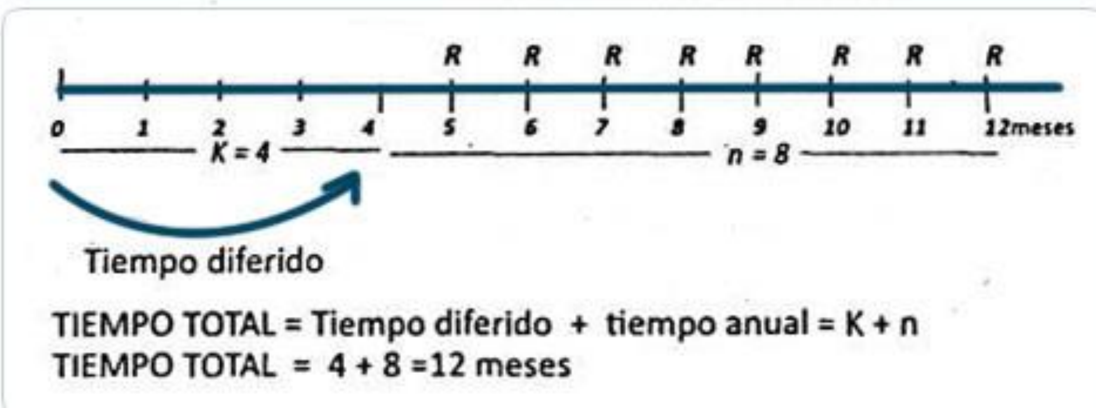
ANUALIDAD DIFERIDA

Cuando en un contrato de crédito, por acuerdo expreso de los contratantes, el pago de las rentas empieza después del vencimiento de uno o varios periodos de renta, o bien se puede decir que algunas circunstancias obliguen a que el primer periodo de pago comience en una fecha futura. Es decir que la fecha Inicial de la anualidad no coincide con la fecha del primer pago, a ese tiempo entre el inicio de una obligación y la fecha de pago se conoce como tiempo diferido o tiempo de gracia.

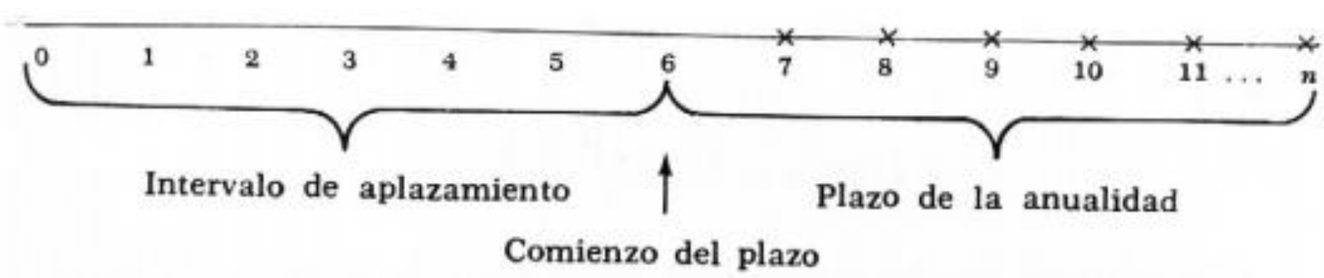
DEFINICIÓN

Una anualidad diferida es aquella cuyo plazo no comienza sino hasta después de haber transcurrido cierto número de periodos de pago; este intervalo de aplazamiento puede estar dado en años, semestres, y cantidad que represente un intervalo de tiempo.

Explicación gráfica:



Ejemplo 01: supongamos, por ejemplo, que se difiere 6 años el pago de una anualidad cierta ordinaria; en este caso los pagos comenzarán al final del sexto periodo de la anualidad vencida:



La duración de una anualidad diferida es el tiempo que transcurre entre el comienzo del intervalo de aplazamiento y el final del plazo de la anualidad diferida, es decir, comprende dos partes.

La primera o preliminar se compone del tiempo comprendido entre el momento actual y el comienzo del plazo de la anualidad (intervalo de aplazamiento t) y la segunda por el plazo de la anualidad n.

Las anualidades diferidas pueden ser vencidas o anticipadas, dependiendo del momento en que tiene lugar el pago.

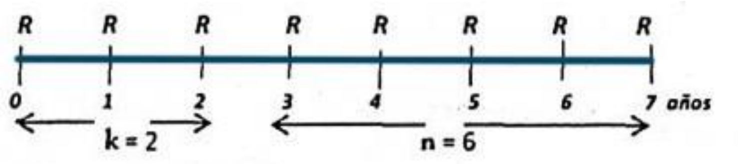
CÁLCULO DEL VALOR ACTUAL DE UNA ANUALIDAD DIFERIDA

$$\boxed{A = R(1+i)^{-k}\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}} \qquad \boxed{S = R\frac{(1+i)^{n}-1}{i}}$$

Ejemplo 02: los esposos Gómez tienen una hija, Jenny Gómez que dentro de 3 años ingresa a la Universidad. Jenny es una extraordinaria estudiante que por vocación quiere estudiar Ingeniería cuando salga del Colegio. A los Gómez les ha gustado la idea de ahorrar una cierta cantidad de dinero que garantice la formación profesional de su hija. Cuánto tendrá que depositar hoy en una cuenta que produce un interés del 10% si se supone que Jenny no suspenderá ningún curso en el Colegio ni en la Universidad optando una renta anual de 6500 redondear la respuesta al inmediato superior.

Datos:

i = 10 %
R= 6500
k=2 años
n = 5 años
A =?



Solución:

$$A = R(1+i)^{-k}\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$A = 6500(1+0{,}10)^{-2}\frac{1-(1+0{,}10)^{-5}}{0{,}10} = 5371.900826\frac{0{,}379078676}{0{,}10}$$

$$A = 20.363{,}73$$

En conclusión: Los Gómez tendrían que depositar hoy 20.364 en una cuenta de ahorro a un interés del 10%.

CALCULO DE LA RENTA DE UNA ANUALIDAD DIFERIDA

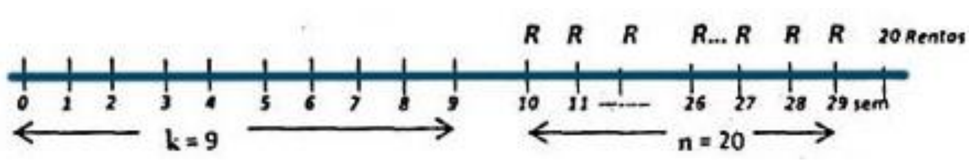
$$A = R(1+i)^{-k}\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$\boxed{R = \frac{A * i}{(1+i)^{-k}\ [1-(1+i)^{-n}]}}$$

Ejemplo 03: la Sra. Adela hereda US$ 50.000. En lugar de retirar el dinero lo invierte al 3% capitalízatele semestralmente conviniéndose que se recibirá 20 pagos semestrales iguales debiendo recibir el pago inicial dentro de 5 años. Encontrar el importe de los pagos.

Datos:

A = 50.000
n = 20 sem.
k= 9 sem
i = 3 % cap. sem. →0,03/2=0,015
R=?



Solución:

$$R = \frac{A \ \times i}{(1+i)^{-k}\,[1-(1+i)^{-n}]} = \frac{50.000 \ \times 0{,}015}{(1+0{,}015)^{-9}\,[1-(1+0{,}015)^{-n}]}$$

$$R = \frac{750}{0{,}87459224 \ \times 0{,}2575295818} = \frac{750}{0{,}225233374} = 3329{,}88\ US\$$$

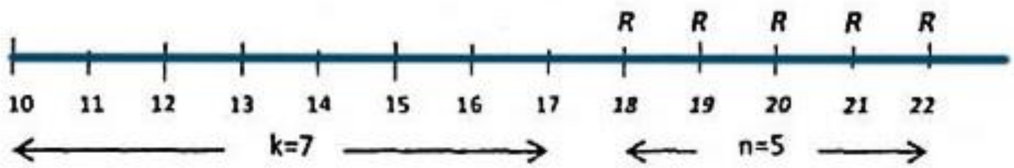
En conclusión: El importe de los pagos será de US$ 3.329,88 a una tasa del 3% capitalizable semestralmente.

PRACTICANDO 01.

Problema 01. Un padre deposita 300.000 Pesos Mexicanos en un fondo que abona el 6% anual al cumplir su hijo 10 años con la finalidad de que al cumplir los 18 pueda retirar cada año y durante 5 años una renta anual que garantice sus estudios universitarios. Hallar el importe que retirara cada año (redondear el resultado al entero inmediato).

Datos

A = 300.000
i = 6 %
n = 5 años
k= 7 años
R=?



Solucion

$$R = \frac{A \cdot i}{(1+i)^{-k}\ \ [1-(1+i)^{-n}]} = \frac{30.000 \times 0{,}06}{(1+0{,}06)^{-7}[\,1-(\,1+0{,}06\,)^{-5}]}$$

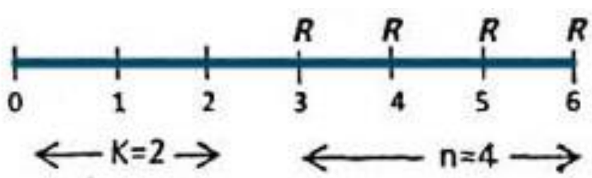
$$R = \frac{1800}{0{,}16808775} = 10708{,}692 \approx 10.709$$

En Conclusión: el importe que retirará su hijo cada año y durante 5 años será de 10.709 Pesos Mexicanos.

Problema 02. Una empresa de maquinarias industriales vende compresoras a un precio al contado de US$ 3.964,88. Al crédito exige una cuota inicial de US$ 3.000 y el saldo se negocia de acuerdo con las propuestas del comprador cobrando una tasa mensual del 5% Si un cliente solicita pagar la diferencia en 4 cuotas fijas cada fin de mes empezando a pagar del tercer mes después de la cuota inicial. ¿Cuál será la cuota fija a pagar por el cliente? (Redondear la respuesta a la centena).

Datos

A = 964,88
i = 5 %
n = 4
k= 2
R= ?



Solución

$$R = \frac{A \cdot i}{(1+i)^{-k}\ \ [1-(1+i)^{-n}]} = \frac{964{,}88 \times 0{,}05}{(1+0{,}05)^{-2}[1-(1+0{,}05)^{-4}]}$$

$$R = \frac{48{,}244}{0{,}1608140818} = 299{,}9986 \approx 300$$

En conclusión: la cuota fija a pagar por el cliente será de US$ 300.

CALCULO DEL TIEMPO DE UNA ANUALIDAD DIFERIDA

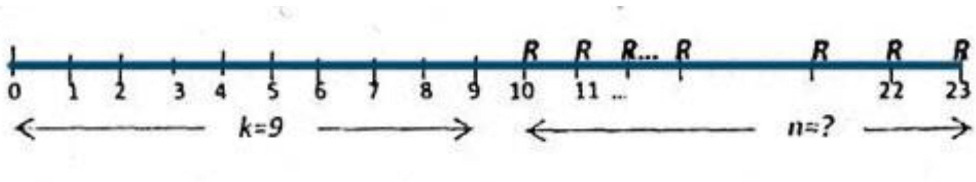
$$A = R(1+i)^{-k}\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \qquad A = R(1+i)^{-k}\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$\boxed{(1+i)^{-k} = \frac{A \cdot i}{R[1-(1+i)^{-n}]}} \qquad \boxed{(1+i)^{-n} = 1 - \frac{A \cdot i}{R(1+i)^{-k}}}$$

Ejemplo 04: un padre de familia deposita hoy 12.500 quetzales en un Banco que abona el 8% de interés anual para que su hijo reciba una anualidad de 3.000 quetzales y solventar sus estudios, recibiendo la primera anualidad dentro de 10 años. ¿Cuántos retiros anuales y completos podrá hacer el hijo?

Datos:

A = 12.500
i = 8%
R= 3.000
k= 9 años
n= ?



Solución:

$$(1+i)^{-n} = 1 - \frac{A \times i}{R(1+i)^{-k}}$$

$$(1+0{,}08)^{-n} = 1 - \frac{12.500 \times 0{,}08}{3.000(1+0{,}08)^{-9}}$$

$$(1{,}08)^{-n} = 1 - \frac{1000}{1500{,}746901}$$

$$(1{,}08)^{-n} = 0{,}333665125 // \; Log$$

$$-n \log(1{,}08) = \log 0{,}333665125$$

$$-n\, 0{,}033423755 = -0{,}4766891848 \; // \; (-1)$$

$$n = \frac{0{,}476689183}{0{,}033423755}$$

$$n = 14{,}26$$

$$n = 14 \quad Retiros\ completos.$$

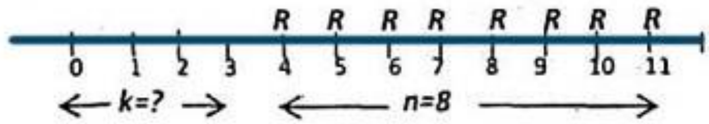
Respuesta: Su hijo podrá retirar $ 3.000 durante 14 años

PRACTICANDO 02.

Problema 01. Calcule el plazo diferido a otorgar en un financiamiento de US$ 11.166,33 cobrando una tasa del 5% mensual para reemplazarse con 8 cuotas mensuales vencidas de US$ 2 000 (redondear al inmediato superior entero).

Datos

A = 11.166,33
i = 5% mensual
n= 8 meses
R= 2.000
k= ?



$$(1+i)^{-k} = \frac{A \cdot i}{R[1-(1+i)^{-n}]}$$

$$(1+0{,}05)^{-k} = \frac{11.166{,}33 \times 0{,}05}{2\,000\ [1-(1+0{,}05)^{-8}]}$$

$$(1+0{,}05)^{-k} = \frac{558{,}3165}{646{,}3212759}$$

$$(1{,}05)^{-k} = 0{,}8638374146 \ // \log$$

$$-k \log 1{,}05 = \log 0{,}8638374146$$

$$k = 3 \text{ meses}$$

Respuesta: El tiempo diferido que otorga el financiamiento de US$ 11.166,33 es de 3 meses.

CALCULO DE LA TASA DE INTERÉS DE UNA ANUALIDAD DIFERIDA

$$A = R(1+i)^{-k}\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$\boxed{\frac{A}{R} = (1+i)^{-k}\ \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}$$

Problema 02. Un artefacto cuesta $ 8.343,30 y es vendido bajo las siguientes condiciones durante un año $ 1.000 comenzando después de transcurrir 3 meses. ¿Cuál es la tasa de interés pactada?

Datos

A= 8.343,30
R= 1.000
K= 3
n=12meses
i = ?

$$\frac{A}{R} = (1+i)^{-k}\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$\frac{8.343{,}30}{1.000} = (1+i)^{-3}\frac{1-(1+i)^{-12}}{i}$$

$$8.3433 = (1+i)^{-3}\frac{1-(1+i)^{-12}}{i}$$

CUADRO DE TANTEO

i	3%	3,5%	4%
$(1+i)^{-3}\frac{1-(1+i)^{-12}}{i}$	9,109	8,715773	8,343296

Respuesta: La tasa de interés que se cargará a esta operación será del 4% mensual

PRACTICANDO EN CASA.

1. ¿Cuál es la cuota constante para pagar por un préstamo bancario de US$ 18.000, reembolsable en 4 cuotas cada fin de mes, en un banco que cobra una tasa del 36% con capitalización mensualmente? 5.000 por el cual se paga una tasa efectiva del 6,1208%?

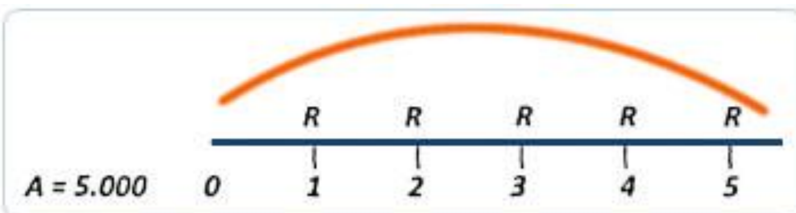
2. Calcular el monto de una serie de 6 depósitos de US$ 15.000 efectuados cada uno de ellos al final de cada 15 días. Los depósitos perciben una tasa del 36% capitalizable mensualmente.

3. Calcule el importe a depositar hoy en un banco que paga una Tasa efectiva mensual del 3% el cual permitirá retirar durante 5 meses (a fin de cada mes) una renta de US$ 9.000.

AMORTIZACIÓN Y FONDOS DE AMORTIZACIÓN

Este tema de amortización y fondos de amortización son una de las aplicaciones más importantes de las anualidades es el proceso financiero, mediante el cual se extingue gradualmente una deuda que devenga Intereses, por medio de pagos periódicos que generalmente son iguales, hechos en intervalos de tiempos iguales.

En las amortizaciones de una deuda, cada pago o cuota que se entrega sirve para pagar los intereses y reducir el importe de la deuda por medio de los pagos periódicos.
Gráficamente es:



En este primer caso la deuda se extingue con una amortización

SISTEMAS DE AMORTIZACIÓN

a) **Amortización Gradual**: Este consiste en un sistema por cuotas de valor constante, con intereses sobre saldos. En este tipo de amortización, los pagos son iguales y se hacen, en intervalos iguales. Esta forma de amortización fue creada en Europa y es la más generalizada y de mayor aplicación en el campo financiero, es una aplicación de las anualidades ya estudiadas en capítulos anteriores.
b) **Amortización Constante**: A diferencia de la amortización gradual, mantienen un valor igual para la amortización en cada periodo y como consecuencia, la cuota de pago periódico es variable decreciente, puesto que los intereses sobre saldos son decrecientes.
c) **Amortización por cuotas Incrementadas**: Este sistema consiste en incrementar periódicamente la cuota de pago
d) **Amortización Decreciente**: Este sistema tiene modelos cuotas incrementadas los matemáticos similares a los de amortización por cuotas incrementadas. Para este modelo, el factor de variación es negativo, convirtiéndose así los incrementos en decrementos. En estos sistemas de amortización decreciente, el deudor paga cuotas mayores en los primeros periodos, lo que tiene cierta importancia es la parte económica es de desvalorización monetaria creciente y se prevé un aumento futuro en las cuotas por corrección monetaria.
e) **Amortización con cuotas extraordinarias**: En este sistema cada cierto número de cuotas incluye pagos extraordinarios, estos modifican las condiciones de la amortización que vería el valor de las cuotas y/o plazo de la deuda.

Los Problemas de Amortización involucran:

1. El importe de los pagos periódicos que puedan ser uniformes o irregulares.
2. El número de pagos cuyos plazos pueden ser uniformes o irregulares
3. La tasa de interés que puede ser fija variable so implícita.
4. La formulación de las tablas de Amortización conocidas también como cuadros de servicio de la deuda o de reembolsos de préstamos o simplemente cuadros de amortización.

CÁLCULO DEL VALOR DE LA AMORTIZACIÓN

Para el cálculo del valor de la amortización nos estamos refiriendo exactamente a la renta o pago periódico que se debe hacer para pagar los intereses y reducir la deuda y se utiliza las fórmulas de las anualidades vencidas.

$$A = R\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$\boxed{R = \frac{A * i}{1-(1+i)^{-n}}}$$

Ejemplo 05: usted adquiere su crédito de US$ 10.000 pagaderos en 3 años con cuotas semestrales iguales del 12% capitalizare semestralmente. Hallar el pago semestral y construir el cuadro de amortización.

Datos:

A = 10.000

n= 3 años x 2= 6sem

i = 12% cap. sem.→0.12/2 =0,06

R= ?

Solución:

$$R = \frac{A \times i}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$R = \frac{10.000 \times 0{,}06}{1-(1+0{,}06)^{-6}}$$

$$R = 2.033{,}63$$

En conclusión:

ESTADO DE AMORTIZACIÓN DE LA DEUDA

PERIODO	RENTA	INTERES	AMORTIZACIÓN	SALDO
0	--	--	--	10.000
1	2033,63	600	1433,63	8566,37
2	2033,63	513,98	1519,65	7046,76
3	2033,63	422,80	1610,83	5435,93
4	2033,63	326,15	1707,48	3728,45
5	2033,63	223,71	1809,92	1918,53
6	2033,64	115,11	1918,53	0

El pago de la deuda es de US$ 10.000 más los intereses de US$ 2.201,75 que suman un total de US$ 12.201,75

PRACTICANDO 03.

Problema 01. Una deuda de US$ 500.000 se debe amortizar en 5 años con pagos anuales iguales al 8%. Hallar el valor de cada cuota y elaborar el cuadro de amortización de la deuda.

Datos

A = 500.000
n= 5 años
i = 8%
R = ?

$$R = \frac{A \cdot i}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$R = \frac{500.000 \times 0,08}{1 - (1+0,08)^{-5}}$$

$$R = 125.228,23$$

ESTADO DE AMORTIZACIÓN DE LA DEUDA

PERIODO	RENTA	INTERÉS	AMORTIZACIÓN	SALDO
0	—	--	—	500.000
1	125.228,23	40.000	85228,23	414771,77
2	125.228,23	33181,74	92046,49	322725,28
3	125.228,23	25818,02	99410,21	223315,07
4	125.228,23	17865,21	107363,02	115952,05
5	125.228,21	9276,16	115952,05	0
	626141,13	*126141,13*	*500.000,00*	

Problema 02. Prepare la tabla de amortización de un préstamo de US$ 10.000 desembolsado el 8 de marzo, el mismo que debe ser cancelado con 6 cuotas constantes cada 90 días aplicando una tasa del 5% trimestral.

Datos

A = 10.000
n= 6 trim
i = 5%trim
R = ?

$$R = \frac{A \cdot i}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$R = \frac{10.000 \times 0,05}{1 - (1+0,05)^{-6}}$$

$$R = 1970,17$$

CUADRO DE AMORTIZACIÓN

FECHA	PERIODO	RENTA	INTERÉS	AMORTIZACIÓN	SALDO
8 de Marzo	0	-	-	-	10.000
6 de Junio	1	1.970,17	500	1.470,17	8.529,83
4 de Septiembre	2	1.970,17	426,49	1.543,68	6.986,15
3 de Diciembre	3	1.970,17	349,30	1.620,87	5.365,28
3 de Marzo	4	1.970,17	268,26	1.701,91	3.663,37
1 de Junio	5	1.970,17	183,16	1787,01	1.876,36
30 de Aaosto	6	1.970,17	93,81	1.876,36	0

Problema 03. Una deuda de 200.000 quetzales se debe cancelar con 4 pagos trimestrales vencidos iguales más intereses del 8% convertible trimestralmente amortización constante y cuota variable decreciente.

Datos:
A = 200.000
n = 4 trimestres
i = 8% cap. trim
R =?

$$Amortización = \frac{200.000}{4}$$

$$Amortización = 50.000$$

ESTADO DE AMORTIZACIÓN DE LA DEUDA

PERIODO	PAGO O RENTA	INTERÉS	AMORTIZACIÓN	SALDO
0				200000
1	46000	4000	50000	150000
2	47000	3000	50000	10000
3	48000	2000	50000	50000
4	49000	1000	50000	0
	210000	10000	200000	

PAGO TOTAL DEL PRÉSTAMO = préstamo + interés
PT = 200.000 + 10.000
PT = 210.000 $

El pago total del préstamo es de quetzales 210 000 a una tasa de interés del 8% cap. trim.

Problema 04. Una deuda de 100.000 quetzales a 5 años plazo debe pagarse con el siguiente plan de amortización cuotas semestrales iguales a la tasa del 10% convertible semestralmente. Durante el primer año y medio se pagarán solo intereses a partir del cuarto semestre se cancelaran las cuotas hasta extinguir su deuda al final de su plazo.

Datos:
A = 100.000
n = 5 años x 2 = 10 sem (k=3; n=7)
i = 10% cap. trim → 0,1/2 = 0,05
R = ?

$$R = \frac{A \times 1}{1 - (1+i)^{-n}}$$

$$R = \frac{100 \times 0,05}{1 - (1 + 0,05)^{-7}}$$

$R = 17281,9$ *Quetzales.*

ESTADO DE AMORTIZACIÓN DE LA DEUDA

Periodo	Pago semestral	Interés 5%	Amortización	Saldo
0	---			100.000
1	5.000	5.000	00	100.000
2	5.000	5.000	00	100.000
3	5.000	5.000	00	100.000
4	17281,98	5.000	12281,98	87718,02
5	17281,98	4385,90	12896,08	79821,94
6	17281,98	3741,09	13540,88	61281,06
7	17281,98	3064,05	14217,93	47063,13
8	17281,98	2353,16	14928,82	32134,31
9	17281,98	1606,72	15675,26	16459,05
10	17282,00	822,95	16459,05	0
	135973,87	**35973,87**	**100.000**	

El total de pago de las anualidades de amortización representa.

Préstamo de capital	100.000
Intereses cubiertos	35.973,87
TOTAL	**135.973,87**

Conclusión:

El pago total de la deuda será de 135.973,87 quetzales.

Problema 05. Con el objetivo de desarrollar un área industrial se conceden prestamos de fomento con el siguiente plan de amortización plazo a 5 años cuotas semestrales una tasa del 4% efectivo semestral; en los 2 primeros años se amortiza el 20% de la deuda y en los 3 últimos años el 80% restante aplicar el modelo a un préstamo de $ 500.000.

Amortización en los 2 primeros años: 500.000 x 20% = 100.000

Amortización en los 3 siguientes años: 500.000 x 30% = 400.000

<u>Datos</u>
A = 100. 000
n= 2 años x 2 = 4 sem
i = 4% sem= 0,04
R= ?

<u>Datos</u>
A = 400.000
n = 3 años x 2 = 6 sem
i = 4% sem = 0,04
R = ?

Solución

$$R = \frac{A \cdot i}{1-(1+i)^{-n}} \qquad R = \frac{A \cdot i}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$R = \frac{100.000 \times 0{,}04}{1-(1+0{,}04)^{-4}} \qquad R = \frac{400.000 \times 0{,}04}{1-(1+0{,}04)^{-6}}$$

R = 27.549 R = 76.304,76

OA

Por el tiempo que falta
400 000 x 4%= 16 000
Se suma a: 27.549
16.000
43.549

ESTADO DE AMORTIZACIÓN DE LA DEUDA

PERIODO	PAGO SEM.	INTERESES 4%	AMORTIZACION	SALDO
0	0	0	0	500 000
1	43.549	20.000	23.549	476.451
2	43.549	19.058,04	24.490,96	451.960,04
3	43.549	18.078,40	25.470,60	426.489,44
4	43.549	17.059,58	26.489,42	400.000,02
5	76.304, 76	16.000,00	60.304,76	339.695,26
6	76.304, 76	13.587,81	62.716,95	276.978,31
7	76.304, 76	11.079,13	65.225,63	211.752,68
8	76.304, 76	8.470,11	67.834,65	143.918,03
9	76.304, 76	5.756,72	70.548,04	73.370,00
10	76.304, 76	2.934,80	73.370,00	0
	632.024,59	*132024,59*	*500.000*	

Resp: Préstamo 500 000
Interés 132 624,58
632 024,58

SoloContabilidad
www.solocontabilidad.com

SALDO INSOLUTO

En el cuadro de amortización fácilmente se conoce el saldo insoluto (o derecho del acreedor). Sin embargo en muchos problemas es necesario conocer los Estados Financieros en fecha futura y esto resuelve el problema, además cuando un bien es adquirido parcialmente, entonces el acreedor no es propietario de todos los derechos, así como el comprador posee derecho sobre una parte y el vendedor tiene derecho sobre la otra parte.

Ejemplo 06: una persona obtiene un préstamo de US$ 12.000 que será pagado en 6 cuotas con un Interés del 3% mensual. Hallar el importe de la amortización y construya el cuadro de la amortización.

Datos:

A = 12.000
n= 6 meses
i = 3% mensual
R=?

$R = \frac{A \times i}{1-(1+i)^{-n}}$	$R = \frac{12.000 \times 0{,}03}{1-(1+0{,}03)^{-6}}$	$R = \frac{360}{0{,}016}$	$R = \frac{360}{0{,}016}$	$R = 2.215{,}17$

ESTADO DE AMORTIZACION DE LA DEUDA

PERIODO	CUOTA MENSUAL	INTERESES	AMORTIZACION	SALDO
0	0	0	0	12.000
1	2.215,17	360	*1.855,17*	10.144,83
2	2.215,17	304,34	*1.910,83*	8.234,00
3	2.215,17	247,02	*1.968,15*	*6.265,85*
4	2.215,17	187,98	2.027,19	4.238,66
5	2.215,17	127,16	2.088,01	2.150,65
6	2.215,17	64,52	2.150,65	0
	13.291,02	*1.291,02*	*12.000*	

Saldo insoluto o derecho del acreedor:

$$X = A(1+i)^n - R\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Derecho del deudor:

$$X = R\frac{(1+i)^n - 1}{i} - [A(1+i)^n - A]$$

Utilizando las formulas halle el saldo insoluto y los derechos del deudor al final del 3er. Mes.

a) Saldo insoluto o derecho del acreedor:

$$X = A(1+i)^n - R\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$X = 12.000\,(1+0{,}03)^3 - 2.215{,}17\,\frac{(1+0{,}03)^3 - 1}{0{,}03}$$

$$X = 13.112{,}72 - 6.846{,}87$$

$$X = 6.265{,}86$$

Se puede ver claramente en el cuadro de amortización, (columna de saldo 3° periodo) el derecho del acreedor US$ 6.265,86.

b) Derecho del deudor

$$X = R\frac{(1+i)^n - 1}{i} - [A(1+i)^n - A]$$

$$X = 2.215{,}17\,\frac{(1+0{,}03)^3 - 1}{0{,}03} - [12.000\,(1+0{,}03)^3 - 12.000]$$

$X = 6.846,87 - 1.112,72$

$X = 5.734,15$

1.855,17
1.910,83
1.968,15
5.734,15

Se puede ver claramente el derecho del comprador en el cuadro (la suma en la columna de amortización al 3° periodo) que es US$ 5.734,15.

PRACTICANDO 04.

Problema 01. Una pareja compra un vehículo en $ 90.000, pagando $ 20 000 de enganche y por el resto contrae una deuda hipotecaria a 20 años con un interés del 12%.

- **a)** Determine el pago mensual redondeando hasta los 0,10 ctvs. más próximos, suponiendo que tos intereses se capitalizan mensualmente.
- **b)** ¿Cuánto adeudara la pareja inmediatamente después de efectuar el 72avo pago?

Datos

A = 90.000- 20.000 = 70 000
n= 20 añosx 12 = 240 m
i = 12% cap.men→ 0,12/12 = 0,01
R= ?

a)

$$R = \frac{A \cdot i}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$R = \frac{70.000 \times 0,01}{1-(1+0,01)^{-240}}$$

$$R = \frac{700}{0,9081941635} = 770,76 \approx 770,80$$

b)

$$X = A(1+i)^n - R\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$X = 250.000(1+0,0125)^{72} - \frac{4.033,37(1+0,0125)^{72} - 1}{0,0125}$$

$$X = 611480,07 - 466554,51 = 144925,56$$

$$X = 62.586,54$$

SoloContabilidad
www.solocontabilidad.com

En conclusión:

La deuda que tendrán la pareja dentro de los 6 años o el 72° periodo será de $ 62.586,54.

RENEGOCIACIÓN DE LA DEUDA

En el proceso de pago de un préstamo a mediado o largo plazo, el saldo insoluto se puede renegociar a una tasa más baja, lo que produce una reducción en los cargos totales por intereses o ampliando el plazo a fin de que los pagos constantes disminuyan.

1. Ampliar el tiempo.
2. Disminuir la tasa de interés.

Ejemplo 07: se compra una casa mediante un préstamo hipotecario de 250.000 quetzales, el cual establece pagos mensuales iguales durante 10 años plazo a la tasa de interés del 15% capitalizable mensualmente. Posteriormente al efectuarse el pago mensual al final del 6to año se logra renegociar la tasa de interés disminuyendo al 12% capitalizable mensualmente si se mantiene el plazo del préstamo calcular el pago mensual.

Primero: Se halla el pago mensual inicial.

Datos

$$R = \frac{A \cdot i}{1-(1+i)^{-n}}$$

A = 250.000

n= 10 añosx12=120
i = 15% cap. men.→0,015/12=0,0125
R= ?

$$R = \frac{250.000 \times 0,0125}{1-(1+0,0125)^{-120}}$$

R = 4033,37

Segundo: Determinar el saldo insoluto después de 72 pago.

$$X = A(1+i)^n - R\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$X = 250.000(1+0,0125)^{72} - 4.033,37\frac{(1+0,0125)^{72} - 1}{0,0125}$$

$$X = 611480,07 - 466554,51 = 144925,56$$

Tercero: Saldo insoluto es el Valor Presente de 48 pagos (120 – 72 = 48).

Datos:

A = 144925,56
n=48
i= 12%cap.men→ 0,12/12 = 0,01
R = ?

$$R = \frac{A \cdot i}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$R = \frac{144925,56 \times 0,01}{1-(1+0,01)^{-48}}$$

R = 3816,45

En conclusión:

Dada la renegociación por la rebaja del interés al 12% capitalizable mensualmente este nos dará un importe de 3.816,45 quetzales.

PRACTICANDO 05.

Problema 01. De un crédito de 150.000 quetzales, a un plazo de 10 años, y tasa de interés del 18% capitalizable mensualmente. Luego del pago de 6 ½ años, se logra renegociar a la ampliación del tiempo para 12 años (2 años más) afectando la tasa de interés al 20% capitalizable mensualmente. ¿Cuál es el nuevo pago mensual?

Datos:

150000
n= 10añosx12=120meses
i = 18% cap. men.→0,18/12=0,015
R=?

Primero: Se halla el pago mensual inicial

$$R = \frac{A \cdot i}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$R = \frac{150.000 \times 0,015}{1-(1+0,015)^{-120}}$$

R = 2.792,78

Segundo: Determinar el saldo insoluto después (6 ½ años) ó 78 meses pago

$$X = A(1+i)^n - R\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$X = 150.000(1+0,015)^{78} - 2.792,78\frac{(1+0,015)^{78} - 1}{0,015}$$

X= 70605,02

Tercero: Saldo insoluto es el VP a 66 pagos (120–78 = 42+24=66) al 20%cap.men

$$R = \frac{A \cdot i}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$R = \frac{70.605,02 \times 0,0167}{1-(1+0,0167)^{-66}}$$

R = 1773,56

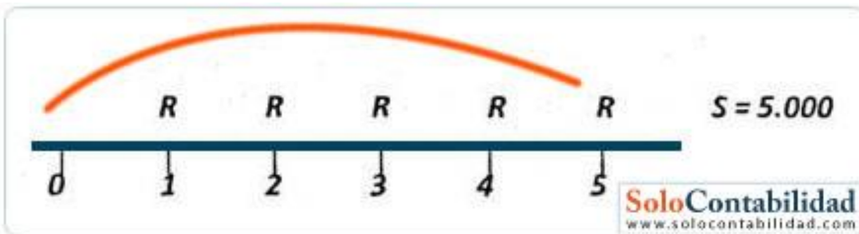
FONDOS DE AMORTIZACIÓN, SINKING FUND

¿Que son los Fondos de Amortización, Sinking Fund?

Es un fondo creado por el deudor para poder cancelar con un solo pago a I final del término el total de su deuda, este fondo lo realiza el deudor prudente que desea ir ahorrando y ganando intereses para acumula un valor que llegue a igualar al valor total de su deuda original. Este fondo puede servir para reposición de equipos u otros propósitos aparte de reservas para paga de obligaciones.

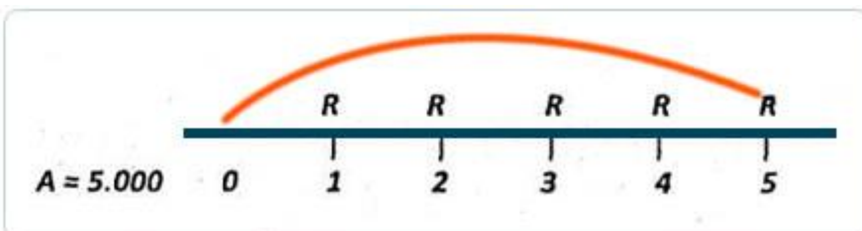
Es la suma de dinero que se va acumulando con el fin de obtener un determinado monto se llama Fondo de Amortización, estas se establecen con el fin de pagar una obligación que se vence en una fecha futura como la compra de un equipo nuevo para sustituir al obsoleto, que generalmente son mediante pagos periódicos que ganan intereses hasta obtener el importe del objetivo. Este importe acumulado en un fondo es la suma de todos los depósitos periódicos más los intereses que generan estos depósitos.

Gráficamente del Fondo de amortización:

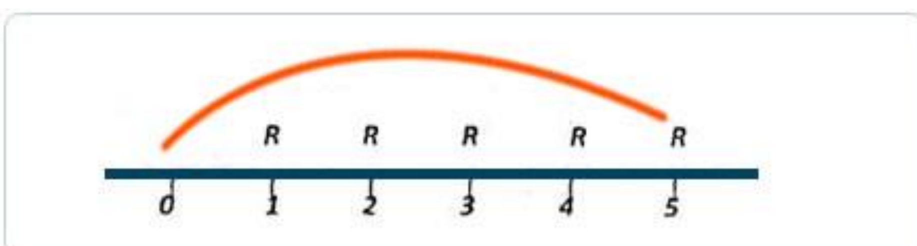


En este caso, la deuda o compromiso contraído se extingue con un fondo de amortización.

LA DIFERENCIA EN AMORTIZACIÓN Y FONDO DE AMORTIZACIÓN



En este primer caso In deuda so extingue con una amortización



En este caso, la deuda o compromiso contraído se extingue con un fondo de amortización.

El primer caso la deuda se extingue con una amortización y en el segundo caso, la deuda o compromiso contraído se extingue con un fondo de amortización.

CÁLCULO DEL VALOR DEL FONDO DE AMORTIZACIÓN

Para calcular el valor de un fondo de amortización utilizaremos la fórmula del valor final de una anualidad ordinaria de cuya relación se despeja el importe del depósito ordinario.

$$S = R\,\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\boxed{R = \frac{S * i}{(1+i)^n - 1}}$$

Ejemplo 08: una empresa contrae una deuda de \$ 500 000 para cancelarse dentro de 4 años. La junta de directorio de la empresa decide hacer reservas anuales iguales con el objeto de cancelar la deuda en la fecha de su vencimiento. Si el dinero puede invertirse ganando el 8%. Hallar la suma que es necesario acumular cada año y elaborar el cuadro que muestre el crecimiento del fondo.

Datos:

S = 500 000
n= 4años
i = 8%
R= ?

$$R = \frac{S \cdot i}{(1+i)^n - 1}$$

$$R = \frac{500.000 \times 0{,}08}{(1+0{,}08)^4 - 1}$$

$$R = \frac{40.000}{0{,}36048896} = 110960{,}40$$

Resp: El aporte anual debe ser 110960,40

CUADRO DEL FONDO DE AMORTIZACIÓN

AÑO	APORTE ANUAL	INTERES S/F	AGREGADO AL /F	TOTAL EN EL FONDO
1	110960,40	–	110960,40	110960,40
2	110960,40	8876,83	119837,37	230797,63
3	110960,40	18463,81	129424,21	360221,84
4	110960,40	28817,75	139778,16	*500.000*
	433841,61	56158,39	500 000	

Pago de 4 anualidades constantes	\$ 443.841,61
Capitalización de intereses del 8% s/ fondos acumulados	\$ 56.158,39
Total en Fondo de Amortización	**\$ 500.000**

PRACTICANDO 06.

Problema 01. Una persona desea reunir \$ 75.000 para comprar un nuevo automóvil dentro de 3 años ¿Cuánto deberá depositarse cada 6 meses en una cuenta que paga el 6% capitalizable semestralmente?

Datos:

S = 75.000
n= 3años x 2=6sem
i = 6%→ 0,06/2 = 0,03
R= ?

$$R = \frac{S \cdot i}{(1+i)^n - 1}$$

$$R = \frac{75.000 \times 0{,}03}{(1+0{,}03)^6 - 1}$$

$$R = \frac{2.250}{0{,}1940522965} = 11.594.81$$

Resp.: El aporte anual debe ser \$ 11.594,81

CUADRO DEL FONDO DE AMORTIZACIÓN

AÑO	APORTE ANUAL	INTERES S/F	AGREGADO AL /F	TOTAL EN EL FONDO
1	11.594,81	--	11.594,81	11.594,81
2	11.594,81	347.84	11.942,65	23.537,46
3	11.594,81	706,12	12300,93	35.838,39
4	11.594,81	1075,15	12669,96	48508,35
5	11.594,81	1455,25	13050,06	61558,41
6	11.594,81	1846,75	13441,56	75.000,00
	69568,86	5431,11	74999,97	

Pago de 4 anualidades constantes	\$ 69.568,86
Capitalización de intereses del 3% s/fondos acumulados	\$ 5.431,11
Total en Fondo de Amortización	\$ 74.999,97 = 75.000

CÁLCULO DE LO ACUMULADO EN EL FONDO DE AMORTIZACIÓN (SALDO INSOLUTO)

Para calcular el monto acumulado en el Fondo de Amortización, en cada fin de periodo se suma el depósito del periodo el interés que genera lo acumulado en el fondo, suma que se incrementa al fondo en el periodo y así sucesivamente. El Saldo Insoluto es la Diferencia entre el total a acumular o deuda y lo Acumulado en el Fondo.

SALDO INSOLUTO = DEUDA - LO ACUMULADO EN EL FONDO

$$\boxed{X = \; DEUDA - R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]}$$

Ejemplo 09: una deuda de 300.000 quetzales vence dentro de 6 años. Para cancelarla se establece un Fondo de Amortización que gana el 8% de interés efectivo. Hallar el saldo insoluto al finalizar el cuarto año.

Datos:

S = 300.000
n= 6 años
i = 8%
X = Saldo Insoluto?

Solución:

$$R = \frac{S \times i}{(1+i)^n - 1}$$

$$R = \frac{300.000 \times 0{,}08}{(1+0{,}08)^6 - 1}$$

$$R = \frac{24.000}{0{,}5868743229} = 40.894{,}62$$

$$X = DEUDA - R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] = 300.000 - 40.894{,}62\left(\frac{(1+0{,}08)^4 - 1}{0{,}08}\right)$$

$$X = 115.724{,}26$$

En conclusión:

Saldo Insoluto es 300.000 – 115.724,26 = 184.275,74

PRACTICANDO 07.

Problema 01. Una compañía adquiere maquinaria por un valor de 2.000.000 quetzales pagando al contado el 50% y el saldo debe cancelarse dentro de 8 años. Para cumplir esta obligación decide efectuar, depósitos anuales en un fondo que abona el 12%. Hallar el importe que deposita anualmente y el saldo insoluto al final del 5to año.

Datos:

S = 2'000 000 → 50% 1.000.000

n = 8 años

i = 12%

R = ?

X = Saldo Insoluto (a 5to año)

$$R = \frac{S \cdot i}{(1+i)^n - 1}$$

$$R = \frac{1'000.000 \times 0{,}12}{(1+0{,}12)^8 - 1}$$

$$R = \frac{120.000}{1{,}475963176} = 81302{,}84$$

$$X = DEUDA - R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$X = 1'000.000 - 81302{,}84\left(\frac{(1+0{,}12)^5 - 1}{0{,}12}\right)$$

$$X = 1\,000\,000 - 81302{,}84\,(6{,}35284736)$$

$$X = 1\,000\,000 - 516504{,}5324$$

$$X = 483495{,}47$$

En conclusión:

El saldo insoluto al final del 5to año será 1.000.000 – 483.495,47 = 516.514,53.

NÚMERO DE DEPÓSITO Y FONDO DE AHORRO

En algunos casos se conoce la suma que periódicamente puede ingresarse en un fondo de amortización, para proveer la cancelación de una deuda y ocurre que es necesario determinar el plazo de la deuda, o el número de depósitos necesarios para acumular el monto requerido en el fondo.

$$S = R\,\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\boxed{(1+i)^n = 1 + \frac{S \cdot i}{R}}$$

Ejemplo 10: se depositan mensualmente US$ 800 en un fondo que paga el 18% capitalizable mensualmente. Se desea reunir US$ 28.000. ¿Cuantos depósitos de US$ 800 se debe realizar? (redondear al número entero).

Datos:

S = 28.000

R = 800

i = 18% cap. men. → 0,18/12 = 0,015

n= ?

Solución:

$$(1+i)^n = 1 + \frac{S \times i}{R}$$

$$(1+0{,}15)^n = 1 + \frac{28.000 \times 0{,}015}{800}$$

$$(1{,}015)^n = 1{,}525 \;\; // \, log$$

$$n \, Log \; 1{,}015 = Log \; 1{,}525$$

$$n \times 0{,}00646604224 = 0{,}1832698437$$

$$n = 28{,}34$$

En conclusión:

Los depósitos de US$ 800 se deberán realizar durante 28 meses con una tasa de interés del 18% capitalizable mensualmente.

PRACTICANDO 08.

Problema 01. Un municipio desea mejorar el acueducto de la población y para ello necesita 20.000.000 quetzales. Los estudios económicos indican que por medio de contribuciones pueden obtenerse la cantidad de 150.000 quetzales netos semestrales de aportes al fondo de amortización del proyecto. Si para estas inversiones se obtiene el interés del 6% capitalizable semestralmente.

Hallar el tiempo que debe fijarse para recaudar el valor de la emisión de bonos que cubra las mejoras del acueducto. (Redondear al entero superior).

Datos:

S = 20 000 000

R= 150 000

i = 6% cap. sem. → 0,6/2=0,03

n= ?

$$(1+i)^n = 1 + \frac{S \cdot i}{R}$$

$$(1+0{,}03)n = 1 + \frac{20'000.000 \times 0{,}03}{150.000}$$

$$(1{,}03)^n = 5 \;\; //Log$$

$$n \, Log \; 1{,}03 = Log \; 5$$

$$n \times 0{,}0128372247 = 0{,}6989700043$$

n = 54,45 sem

n = 27 ½ años

En conclusión: para recaudar el valor que cubra las mejoras del acueducto en el tiempo de 27 ½ años, al 6% cap. sem. O bien 54 pagos semestrales.