CBS

Colegio Bautista Shalom

Matemática Financiera II
Quinto Perito
Segundo Bimestre

Contenidos

PORCENTAJES

- ✓ CÁLCULO DE PORCENTAJE.
- ✓ EL DESCUENTO.
- ✓ DESCUENTO SIMPLE.
- ✓ DESCUENTO COMERCIAL.
- ✓ DESCUENTO RACIONAL.
- ✓ DESCUENTO COMPUESTO.
- ✓ DESCUENTO RACIONAL COMPUESTO.
- ✓ DESCUENTO COMERCIAL COMPUESTO.
- ✓ TANTO DE INTERÉS EQUIVALENTE A UNO DE DESCUENTO.
- ✓ LEYES DEL DESCUENTO.

EL INTERÉS

- ✓ CÁLCULO DEL INTERÉS.

VALOR ACTUAL

MONTO

CAPITAL

TASA DE INTERÉS O RÉDITO

NOTA: conforme vayas avanzando en tu aprendizaje, encontrarás ejercicios que debes resolver. Sigue las instrucciones de tu catedrático(a).

PORCENTAJES

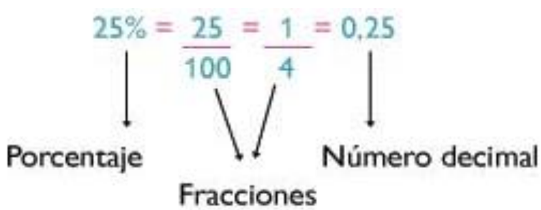
Signo Porciento: este es un signo que has visto en distintas ocasiones.

En las entidades bancarias por ejemplo, estos anuncian que pagan el 5.5% de interés en las cuentas de ahorro. En los centros comerciales las tiendas de ropa anuncian el 50% de descuento en prendas seleccionadas.

Entonces, qué es lo que significa eso de "por ciento" y que se representa por el signo "%" tan conocido pero estudiado a profundidad por pocos.

Si tienes problemas sobre los "porcentajes", antes de todo recuerda que puedes expresar cualquier porciento como si fuese una fracción con denominador partido 100. A su vez, en número decimal.

Por ejemplo:



Esto significa que es la 25va parte del total del valor que tenga la cantidad inicial. Entonces, porcentaje lo definiremos como parte o fracción de un todo.

EJERCICIO 01: escriba cada uno de los porcentajes como fracción en forma simplificada, según sea el caso.

$\mathbf{1}.\ 15\% = \underline{\qquad}$ $\mathbf{2}.\ 35\% = \underline{\qquad}$ $\mathbf{3}.\ 38\% = \underline{\qquad}$ $\mathbf{4}.\ 51\% = \underline{\qquad}$ $\mathbf{5}.\ 85\% = \underline{\qquad}$

$\mathbf{6}.\ 32\% = \underline{\qquad}$ $\mathbf{7}.\ 54\% = \underline{\qquad}$ $\mathbf{8}.\ 33\% = \underline{\qquad}$ $\mathbf{9}.\ 42\% = \underline{\qquad}$ $\mathbf{10}.\ 60\% = \underline{\qquad}$

EJERCICIO 02: escriba cada una de las fracciones como un porcentaje.

$\mathbf{1}.\ \frac{4}{100} = \underline{\qquad}$ $\mathbf{2}.\ \frac{32}{100} = \underline{\qquad}$ $\mathbf{3}.\ \frac{55}{100} = \underline{\qquad}$ $\mathbf{4}.\ \frac{37}{100} = \underline{\qquad}$ $\mathbf{5}.\ \frac{40}{100} = \underline{\qquad}$

$\mathbf{6}.\ \frac{7}{100} = \underline{\qquad}$ $\mathbf{7}.\ \frac{16}{100} = \underline{\qquad}$ $\mathbf{8}.\ \frac{20}{100} = \underline{\qquad}$ $\mathbf{9}.\ \frac{75}{100} = \underline{\qquad}$ $\mathbf{10}.\ \frac{95}{100} = \underline{\qquad}$

EJERCICIO 03: expresa en decimales las cantidades correspondientes a los ejercicios 01 y 02.

1.________ **2.**________ **3.**________ **4.**________ **5.**________ **6.**________ **7.**________

8.________ **9.**________ **10.**________ **11.**________ **12.**________ **13.**________ **14.**________

15.________ **16.**________ **17.**________ **18.**________ **19.**________ **20.**________

CÁLCULO DE PORCENTAJE

El "porcentaje" o "tanto por ciento" se calcula a partir de variables directamente proporcionales (significa que si una variable aumenta la otra también aumenta y viceversa).

En el cálculo intervienen cuatro componentes:

Cantidad Total	----	100 %
Cantidad Parcial	----	Porcentaje Parcial

Por ejemplo:

(Cantidad total)	Q 1.000	- equivale al -	100 %	(porcentaje total)
(Cantidad parcial)	Q 500	- equivale al -	50 %	(porcentaje parcial)

Calcular el tanto por ciento, "t %", de una cantidad A consiste en encontrar una cantidad "B" de forma que "A" y "B" estén en la misma proporción que 100 y "t".

Así, si el "t %" de una cantidad A es otra cantidad "B", se verifica:

$$\frac{A}{B} = \frac{100}{t}$$

Por tanto, sin tener más que dos de estos datos se puede averiguar el tercero.

Entonces, decir que el t % de cierto colectivo (cuya representación debe ser numérica) verifica algo, significa que de cada 100 individuos de ese colectivo, t cumplen dicha condición.

Por ejemplo:

Si se dice que, el 25 % de las personas que forman un parlamento son de la oposición, se está diciendo que de cada 100 miembros del parlamento, 25 son de la oposición.

Si hay 100 parlamentarios, 25 son de la oposición
Si hay 300 parlamentarios, 75 son de la oposición

Ejercicio práctico: realiza el cálculo de los tantos por ciento.
¿Cuánto será el 25% de un total de 480 integrantes de una institución educativa?

Resolución:

En este caso A = 480 y t = 25. Se debe calcular B.

$$\frac{A}{B} = \frac{100}{t} \Rightarrow B = \frac{A \cdot t}{100} = \frac{480 \cdot 25}{100} = 120$$

Conclusión. El 25% de 480 es 120.

<u>Realiza lo siguiente en clase</u>:

1. Calcula qué tanto por ciento de 320 es 80.
2. El 15 % de cierta cantidad es 54. Calcular esa cantidad.
3. En una clase de 30 alumnos, 8 practican la natación y 22 juegan al fútbol. Hallar el porcentaje de alumnos que practica cada deporte.

Contenido tomado del portal sectormatematica.cl/comercial/tantoporciento.htm, con fines educativos.

EL DESCUENTO

En el sistema financiero se denomina descuento a la tasa que cobra el Banco sobre la suma de un préstamo acordado, y que es retenido como tasa de descuento por la entidad financiera. También se alude con la palabra descuento, a la deducción que aplican los Bancos al adquirir, antes del vencimiento, pagarés o letras de cambio, sobre su valor nominal, con respecto a los intereses que restan devengarse, ocupándose el Banco de la gestión de cobro, y descontando también esos gastos de gestión. En este caso surge de un contrato entre un cliente del Banco que necesita el efectivo antes del vencimiento, y el Banco que adelanta ese dinero, asumiendo la gestión de cobro, y el consiguiente riesgo.

En una operación de descuento el punto de partida es un capital futuro conocido (C_n) cuyo vencimiento se quiere adelantar.

Debemos conocer las condiciones en las que se quiere hacer esta anticipación: duración de la operación (tiempo que se anticipa el capital futuro) y tanto de interés aplicado.

El capital que resulte de la operación de descuento (capital actual o presente C_0) será de tamaño menor, esto representa la diferencia entre ambos capitales. Los intereses que el capital futuro deja de tener por anticipar su vencimiento.

Entonces, al momento de trasladar determinado capital desde el tiempo presente hasta el tiempo futuro nos implica agregarle más interés; realizar la operación inversa, anticipar su vencimiento, supondrá la disminución de esa misma carga financiera.

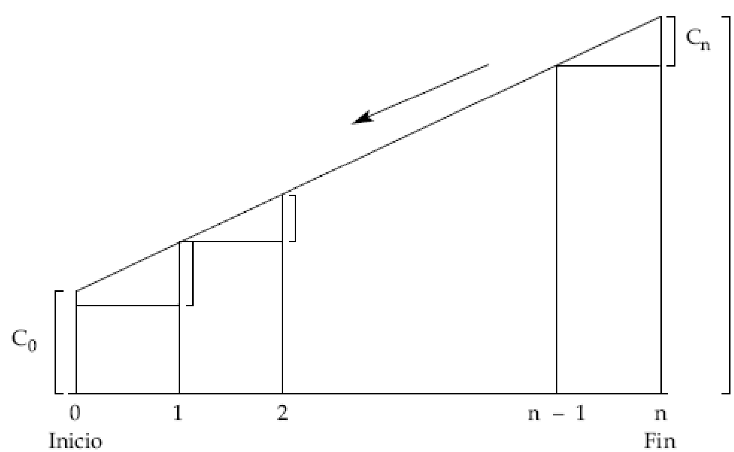
En esta operación los intereses no son productivos, entonces:

- A medida que se generan no se restan del capital de partida para producir (y restar) nuevos intereses en el futuro y, por tanto
- Los intereses de cualquier período siempre los genera el mismo capital, al tanto de interés vigente en dicho período.

DESCUENTO SIMPLE

Se denomina así a la operación financiera que tiene por objeto la sustitución de un capital futuro por otro equivalente con vencimiento presente, mediante la aplicación del descuento simple. Es una operación inversa a la de capitalización.

Representándote gráficamente lo que anteriormente se te ha explicado:



Recuerda:

> En los casos que se emplee cualquier modalidad de descuento, es importante tener en cuenta que, en este tipo de operaciones el punto de partida es un capital futuro (C_n) (que conocemos) que se quiere sustituir por un capital presente (C_0) (que habrá de calcular), para lo cual será necesario el ahorro de intereses (descuento) que la operación supone.

Esto quiere decir que, el capital presente (C_0) es inferior al capital futuro (C_n), y la diferencia entre ambos es lo que se denomina descuento.

Existen determinadas prácticas que buscan maximizar el montante de intereses a pagar por el solicitante de un préstamo o de cualquier otro tipo de financiación.

Algunas de estas prácticas se han generalizado en la práctica bancaria constituyendo en la actualidad una parte muy importante de los resultados de las entidades financieras.

Una de estas prácticas es el uso de año comercial en las operaciones de empréstito o de descuento inferiores a un año (no en las remuneraciones de las inversiones).

El año comercial es un año de 360 días formado por 12 meses de 30 días. El uso del año comercial en lugar del año natural permite en una operación de empréstito o descuento a menos de un año que el interés total a aplicar al préstamo sea superior.

La fórmula del descuento simple es:

$$C_0 = \frac{C_1}{(1 + (r \times t))}$$

Por ejemplo:

Calcular el importe que nos entregará hoy el banco si descontamos una letra de Q 100,000.00 con vencimiento en 90 días al 6% de interés simple anual.

Tenemos los siguientes datos:

$$\begin{aligned} &C_1 = Q\ 100{,}000.00 \\ &r = 6\%\ anual \\ &t = 90\ días \\ &C_0 = ? \end{aligned}$$

Empleando la fórmula anterior y sustituyendo datos en cada una de las incógnitas:

$$C_0 = \frac{Q\ 100{,}000}{\left(1 + \left(0.06 \times \left(\frac{90}{365}\right)\right)\right)}$$

$$C_0 = Q\ 98{,}542.12$$

EJERCICIO 04:

Problema 01. Siguiendo con el ejemplo anterior del descuento de una letra, calcular el importe que nos entregará hoy el banco si descontamos una letra de Q 100,000.00 con vencimiento en 90 días al 6% de interés simple anual pero usando el año comercial.

Problema 02. Continuando con el ejemplo anterior del descuento de una letra, calcular el importe que nos entregará hoy el banco si realizamos un descuento comercial de una letra de Q 100,000.00 con vencimiento en 90 días al 6% de interés simple anual (utilización de año comercial).

Problema 03. Para calcular el efectivo que habrá que pagar por la compra de un pagaré de Q 10,000.00 de valor nominal con vencimiento dentro de un año, si el tipo de interés de descuento es del 3.5 %.

Problema 04. En el caso de que el vencimiento del pagaré del ejemplo anterior fuera a los 210 días ¿Cuál sería el efectivo?

Como el interés simple es el descuento simple es el interés simple que se calcula sobre el valor nominal o sobre el valor actual, en el primer caso, se llama *descuento comercial* y en el segundo *descuento racional.*

DESCUENTO COMERCIAL

Llamado también descuento bancario, es un instrumento de financiación bancaria a corto plazo, se utiliza principalmente por empresas y es brindado como servicios por las entidades financieras. Por medio de este tipo de descuento, una entidad financiera le anticipa a determinado cliente el importe de un crédito que aún no ha vencido y que generalmente es el resultado de la venta de bienes, suministros o servicios a un tercero. Es este sentido la entidad financiera es la que se encarga de realizar la gestión de los cobros del valor nominal del crédito otorgado al cliente de la empresa; si bien, dicha entidad no asume el riesgo de impago por parte del deudor. Dentro de este tipo de transacciones es cedido a una entidad financiera una porción de los derechos de cobro futuros (estos aún no vencidos) de la empresa, que deben estar debidamente documentados a través de letras de cambio, pagares, facturas o recibos. Y la entidad financiera a cambio, realiza un adelanto o anticipo por el valor nominal del derecho de cobro menos los gastos de gestión y los intereses que se generen en la operación.

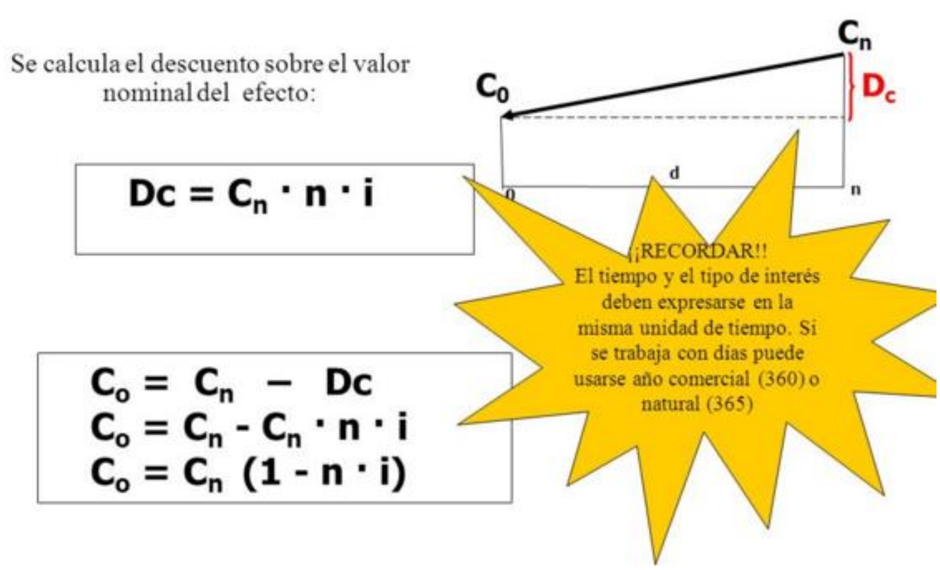
Serán cobrados interese por la entidad financiera debido al tiempo que media entre la fecha en que se anticipa al cedente el valor de los derechos de cobro y la fecha de vencimiento de dicho derecho. En el caso de la comisión, esta incluye la remuneración del servicio de gestión de cobro y en parte un costo financiero adicional al interés, lo cual depende de las condiciones contractuales. Es importante mencionar que la entidad financiera no asumo el riesgo de impago, es decir, si finalmente el deudor no paga dichas facturas, el costo es asumido por el cliente. En caso de que el tercero, cliente de la empresa, no realice los correspondientes pagos, la entidad financiera cargará al cedente de la deuda, el nominal del crédito más una comisión.

Comparativa entre Descuesto Simple Compuesto y Comercial:

La característica principal de este descuento, que lo hace diferente del descuento simple y del descuento compuesto, es que en este caso se cobran los intereses por adelantado sobre el valor nominal de la operación.

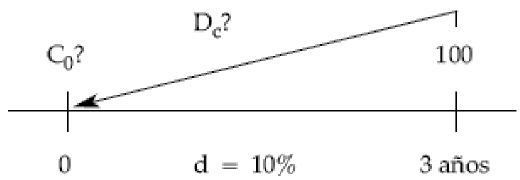
En este caso se considera generador de los intereses de un período el capital al final de dicho período, utilizando el tipo de descuento (d) vigente en dicho período.

Como el descuento comercial es el interés simple sobre el valor nominal resulta que, siendo D_c el descuento comercial y "N" el valor nominal.



Por Ejemplo:

Considerando que el capital sobre el que se calculan los intereses es el nominal (descuento comercial):



Los datos son los siguientes:

$D_c = ¿?$
$C_0 = ¿?$
$d = 10\%$
$n = 3\ años$
$C = Q\ 100.00$

Empleando la fórmula adecuada, se sustituyen los datos; luego se despeja si es necesario y se realiza el cálculo correspondiente:

$$D_C = 100 \times 0.1\ descuento \times 3\ años = Q\ 30$$
$$C_0 = 100 - 30 = Q\ 70$$
$$O\ bien, puede\ expresarse\ así:$$
$$C_0 = 100 \times (1 - 3 \times 0.1) = Q\ 70.00$$

EJERCICIO 05:

Problema 01. Calcular el descuento que sufre un documento de Q 10,000.00 que se descontó 6 meses antes de vencer, al 5% trimestral.

Problema 02. Calcular el valor nominal de un documento que, 6 meses antes de vencer, sufrió un descuento de Q 7,200.00 al 1.5 % mensual de interés.

Problema 03. Calcular cuántos meses antes de vencer se descontó un documento de Q 72,000.00 al 4% bimestral, cuyo descuento comercial es Q 20,160.00.

Problema 04. Calcular la tasa mensual de interés a la cual se descontó un documento de Q 8,000.00 que 10 meses antes de vencer se ha canjeado en Q 7,300.00.

Problema 05. Calcular el valor recibido al descontar un documento de Q 82,000.00 4 meses antes de vencer, al 2% mensual.

Problema 06. Calcular el valor actual de un documento de Q 50,000.00 que se descontó al 8% anual, 6 meses antes de vencer.

Problema 07. Calcular el descuento por anticipar un capital de Q 800,000.00 por 7 meses a un tipo de descuento del 12%.

Problema 08. Se descuentan Q 200,000.00 por 6 meses y Q 900,000.00 por 5 meses, a un tipo de descuento del 15%. Calcular el capital actual total de las dos operaciones.

Problema 09. ¿Qué importe actual es más elevado: el que resulta de descontar Q 1.000,000.00 por 6 meses al 12%, o el de descontar 1.200.000 ptas. por 9 meses al 15%?

Problema 10. Se descuentan Q 800,000.00 por un plazo de 4 meses, y los interese del descuento son Q 40,000.00. Calcular el tipo del descuento.

DESCUENTO RACIONAL

Al momento en que la cantidad que el banco deduce como concepto de interés dentro de una operación de descuento, se obtiene el descuento racional; aplicando el tipo de interés sobre el valor efectivo de los créditos cobrados anticipadamente. También es denominado descuento legal o matemático, en este sentido el descuento racional es de más beneficio para la empresa o entidad que el descuento comercial.

Este se denota por la siguiente expresión:

$$D_r = \frac{C_0 \times d \times t}{1 + (d \times t)}$$

En dónde:

"D_r" son los intereses que hay que pagar.
"C_o" es el capital inicial (en el momento t=0).
"d" es la tasa de descuento que se aplica.
"t" es el tiempo que dura la inversión.
Una vez que sabemos calcular los intereses de descuento, podemos ver como se determina el capital final:

Cf = Co - D	
Cf = Co - ((Co * d * t) / (1 + d * t))	(sustituyendo "D")
Cf = Co * (1 - (d * t) / (1 + d * t))	(sacando factor común "Co")
Cf = Co * ((1 + d * t - d * t) / (1 + d * t))	(operando en el paréntesis)
luego,Cf = Co / (1 + d * t)	" Cf " es el capital final

<u>Por ejemplo</u>:

Calcular los intereses de descuento por anticipar un capital de Q 1.200,000.00, durante 8 meses, a un tipo de interés del 14%.

<u>Solución</u>:

Empleando la fórmula anterior, sustituyendo los datos tenemos:

$$D_r = \frac{Q\ 1.200{,}000.00 \times 0.14 \times 0.666}{1 + (0.14 \times 0.666)}$$

Los 0.666 es el equivalente anual de los 8 meses.

Realizando los cálculos, tendremos:

$$D_r = Q\ 102{,}345.00$$

Ahora, para encontrar el *capital final.* Este lo calcularemos de la las siguientes dos formas:

<u>Primera Forma</u>:

Empleando la fórmula:

$$C_f = C_0 - D_r$$

Capital Final es igual al Capital Inicial menos los Intereses de Descuento.

Entonces, sustituimos:

$$C_f = Q\ 1.200{,}000.00 - 102{,}345.00$$

$$C_f = Q\ 1.097{,}665.00$$

Segunda Forma:

Empleando la fórmula:

$$C_f = \frac{C_0}{1 + (d \times t)}$$

Entonces, sustituimos:

$$C_f = \frac{Q\ 1.200{,}000.00}{1 + (0.14 \times 0.666)}$$

$$C_f = \frac{Q\ 1.200{,}000.00}{1.09324}$$

$$C_f = Q\ 1.097{,}665.00$$

La ley del descuento racional podemos decir que, es el equivalente inverso de la ley de capitalización simple. Al igual que en esta, el descuento racional comúnmente se emplea en operaciones a menos de un año de tiempo. Podemos identificar que la relación de equivalencia no se cumple con la ley del descuento comercial.

Con el término equivalente nos referimos al hecho de que descontando un capital a un tipo de interés, y capitalizando el capital resultante con el mismo tipo de interés, volvemos al capital de partida.

A continuación, se te ejemplifica lo antes descrito:

Descontar un capital de Q 1.000,000.00, por un plazo de 6 meses al 10%, y el importe resultante capitalizarlo (capitalización simple) por el mismo plazo y con el mismo tipo de interés.

Pueden emplearse las siguientes dos formas de solución:

Solución Primera:

Se aplica el descuento racional. Para realizar el primer descuento se emplea la fórmula:

$$C_f = \frac{C_0}{1 + (d \times t)}$$

Sustituyendo los datos en la fórmula:

$$C_f = \frac{Q\ 1.000{,}000.00}{1 + (0.1 \times 0.5)}$$

$$C_f = \frac{Q\ 1.000{,}000.00}{1.05}$$

El capital descontado es de:

$$C_f = Q\ 952{,}381.00$$

Este pasa a ser "C_0"

Una vez obtenido el capital descontado, lo capitalizo aplicando la fórmula de capitalización simple:

$$C_f = C_0 \times (1 + (\mathrm{i} \times \mathrm{t}))$$

Ahora, sustituyendo valores en la fórmula:

$$C_f = Q\ 952{,}381.00 \times (1 + (0.1 \times 0.5))$$
$$luego, \quad C_f = Q\ 1.000{,}000.00$$

Vemos que se ha cumplido la ley de equivalencia, y que hemos vuelto al capital de partida.

Solución Segunda:

Primero descuento aplicando la fórmula:

$$C_f = C_0 \times (1 - (\mathrm{d} \times \mathrm{t}))$$

Entonces, sustituyendo datos:

$$C_f = 1.000{,}000.00 \times (1 - 0.1 \times 0.5)$$
$$C_f = Q\ 950{,}000.00$$

Ahora, realizando la capitalización nos queda:

$$C_f = C_0 \times (1 + (\mathrm{i} \times \mathrm{t}))$$
$$C_f = 950.000 \times (1 + (0.1 \times 0.5))$$
$$C_f = Q\ 997{,}500.00$$

No se cumple, por tanto, la relación de equivalencia.

Como habrás observado en el ejemplo, el descuento que se calcula aplicando la ley de descuento racional es menor que el que se calcula aplicando la ley de descuento comercial.

EJERCICIO 06:

Problema 01. Calcular el valor actual con descuento racional de un documento de Q 114,000.00 que se descontó al 2% mensual 7 meses antes de vencer.

Problema 02. Calcular el valor nominal de un documento que descontado al 6% trimestral 15 meses antes de vencer tenía un valor actual con descuento racional de Q 60,000.00

Problema 03. Se tiene un documento de Q 116,000.00 que vence dentro de 8 meses y se descuenta al 2% mensual.

Calcular el valor actual:

a) con descuento comercial.
b) con descuento racional.

Luego, de solucionar los problemas anteriores te darás cuenta que, el valor actual con descuento comercial es menor que el valor actual con descuento racional, por consiguiente, el descuento comercial es mayor que el descuento racional, esto se debe a que el comercial se calcula sobre el valor nominal que siempre es mayor que el valor actual que es sobre el cual se calcula el descuento racional. El descuento que se utiliza frecuentemente en la práctica es el comercial, pero para las operaciones realizadas a corto plazo y con intereses no muy elevados, pues de lo contrario puede darse el caso de obtener un valor actual nulo o negativo lo que sería un absurdo.

Contenido tomado del portal web www.economia48.com; con fines educativos.

DESCUENTO COMPUESTO

Se denomina así a la operación financiera que tiene por objeto la sustitución de un capital futuro por otro equivalente con vencimiento presente, mediante la aplicación de la ley financiera de descuento compuesto.

El descuento compuesto implica adelantar el dinero y valorarlo en un momento de tiempo previo usando la ley financiera del interés compuesto. Se denomina así la operación financiera que tiene por objeto la sustitución de un capital futuro por otro con vencimiento presente, mediante la aplicación de una ley financiera de descuento compuesto. Es una operación inversa a la de capitalización compuesta.

Los elementos a tener en cuenta son:

D = descuento o rebaja que sufre una cantidad pagada antes de su vencimiento,
C_n = nominal o cantidad que se debe pagar al vencimiento,
C_0 = efectivo o cantidad realmente pagada.

Por definición el descuento experimentado por el nominal *"C_n"*, como consecuencia de anticipación desde su vencimiento en el momento "*n*" al momento presente "0", será:

$$D = C_n - C_0$$

DESCUENTO RACIONAL COMPUESTO

Se define como el interés del efectivo, durante el tiempo que falta para su vencimiento. Al descuento racional compuesto lo designaremos por *"D_{rc}"*, y se calcula sobre el valor del efectivo. De la capitalización compuesta:

$$C_n = C_0\ (1+i)^n$$

Obtenemos el valor actual:

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n} = C_n(1+i)^{-n}$$

Por lo que el descuento racional compuesto, será:

$$D_{rc} = C_n - C_0 = C_n - C_n(1+i)^{-n} = C_n\left[1-(1+i)^{-n}\right]$$

$$D_{rc} = C_n\left[1-(1+i)^{-n}\right]$$

DESCUENTO COMERCIAL COMPUESTO

Se define como el interés del nominal durante el tiempo que falta para su vencimiento. Al descuento comercial compuesto, lo designamos por *"D_{cc}"* y se calcula sobre el valor nominal.

$$\begin{aligned}
C_{n-1} &= C_n - d\ C_n = C_n(1-d)\\
C_{n-2} &= C_{n-1} - d\ C_{n-1} = C_{n-1}(1-d) = C_n(1-d)\ (1-d) = C_n(1-d)^2\\
C_{n-3} &= C_{n-2} - d\ C_{n-2} = C_{n-2}(1-d) = C_n(1-d)^2\ (1-d) = C_n(1-d)^3\\
&\vdots\\
C_0 &= C_1 - d\ C_1 = C_1(1-d) = C_n(1-d)^{n-1}(1-d) = C_n(1-d)^n
\end{aligned}$$

$$C_0 = C_n(1-d)^n$$

Y el valor del descuento comercial compuesto, será:

$$D_{cc} = C_n - C_0 = C_n - C_n(1-d)^n = C_n\left[1-(1-d)^n\right]$$

$$D_{cc} = C_n\left[1-(1-d)^n\right]$$

TANTO DE INTERÉS EQUIVALENTE A UNO DE DESCUENTO

Igual que veíamos en la capitalización simple, podemos encontrar un tanto de descuento equivalente a uno de interés. Para ello, igualamos: $D_{rc} = D_{cc}$.

$$C_n\left[1-(1+i)^{-n}\right] = C_n\left[1-(1-d)^n\right]$$

$$(1+i)^{-n} = (1-d)^n \qquad (1+i)^{-1} = 1-d \qquad 1-d = \frac{1}{1+i}$$

$$d = \frac{i}{1+i} \qquad i = \frac{d}{1-d}$$

Ejemplo 01:

Tenemos que pagar una deuda de Q 24,000.00 dentro de 3 años. Si se adelanta su pago al momento presente, qué cantidad tendremos que entregar si se efectúa un descuento compuesto del 5 %.

Solución:

Con el descuento racional,

$$D_{rc} = C_n\left[1-(1+i)^{-n}\right]$$

$$D_{rc} = Q\ 24{,}000.00\ [1-(1.05)^{-3}] = Q\ 3{,}267.90$$

Con el descuento comercial,

$$D_{cc} = C_n\left[1-(1-d)^n\right]$$

$$D_{cc} = Q\ 24{,}000.00\ [1-(0.05)^{3}] = Q\ 3{,}423.00$$

Conforme a la capitalización compuesta , si tenemos un capital (C_1) que queremos descontar con un descuento compuesto, es decir queremos valorarlo en otro momento anterior (C_0) mediante la ley financiera de interés compuesto, deberemos dividir el capital (C_1) por la expresión del interés compuesto [$(1 + r)^t$].

Por lo que:

$$C_0 = \frac{C_1}{(1+r)^t}$$

Los casos más comunes de uso del descuento compuesto son:

- En la determinación del valor actual de rentas futuras.
- En el cálculo de valores deflactados (netos del efecto inflación).

Ejemplo 02:

Calcular el valor actual de una renta que se recibirá dentro de 4 años por importe de Q 500,000.00 si el tipo de interés de descuento compuesto es del 5%.

Tenemos los siguientes datos:

$$C_1 = \ Q\ 500{,}000.00$$
$$r = 5\%$$
$$t = 4\ años$$
$$C_0 = ?$$

Empleando la fórmula anterior y sustituyendo datos en cada una de las incógnitas:

$$C_0 = \frac{Q\ 500{,}000.00}{(1+0.05)^4}$$

$$C_0 = Q\ 441{,}351.24$$

EJERCICIO 07:

Problema 01. Un empleado recibe una bonificación pagadera a su jubilación (65 años) por parte de su empresa de Q 100,000.00

Calcular el valor actual de esa bonificación si sabemos que el empleado tiene hoy 35 años y la tasa de esperada de inflación a largo plazo es del 2.5%

Problema 02. El salario mínimo mensual pactado en un convenio colectivo se ha fijado en Q 900.00 para el próximo año y de Q 925.00 para el siguiente. Si la inflación esperada en los dos próximos años será del 3% anual, determinar el valor deflactado a fecha de hoy del salario fijado para el primer y segundo año de convenio.

Problema 03. Calcular el valor nominal de un documento que vence dentro de 2 años, sabiendo que hoy se pagó por él la suma de Q 10,000.00 al 24% anual de interés con capitalización bimestral.

Problema 04. Una persona posee un documento que vence dentro de 10 meses. A los 4 meses se lo entrega a otra persona que lo negocia al 3% bimestral de interés. Determinar cuánto recibe esta última persona sabiendo que el valor del documento en el momento de vencer es Q 50,000.00.

Problema 05. ¿Cuántos días antes de vencer se descontó un documento de Q 70,000.00 sabiendo que al 8% semestral sufrió un descuento de Q 15,000.00?

Problema 06. Determina a qué tasa de interés se descontó un documento que, siendo su valor nominal de Q 57,795.20 algunos meses antes de vencer valía Q 32,000.00

Problema 07. Encuentra el descuento compuesto efectuado sobre un documento que vence dentro de un tiempo de 1 año y 8 meses, cuyo valor actual es de Q 50,000.00 con una tasa de interés del 2% mensual.

Problema 08. Determinar el descuento compuesto que sufre un documento que en el momento de vencer vale Q 10,000.00; suponiendo que se descuenta al 2% mensualmente de interés a 1 año y medio antes de vencer.

Problema 09. Una persona impone Q 100,000.00 durante 6 años al 5 % de interés compuesto. Al cabo de 3 años, se eleva el tipo de interés en las imposiciones a plazo fijo, al 6 %. Se desea saber al término de los 6 años, cuál ha sido el capital retirad o y cuál hubiera sido de no haberse producido la modificación indicada.

Problema 10. Sabiendo que un capital de cuantía *C* se ha impuesto en un banco que capitaliza semestralmente, al cabo de 20 años se ha constituido en *3C*, obtener razonadamente las expresiones de:

1. El tanto efectivo anual.
2. El tanto nominal anual.
3. El tanto efectivo semestral.

Problema 11. Calcula el tanto por efectivo anual correspondiente al 6 % nominal cuando se capitaliza por meses y el nominal anual correspondiente al 6 % efectivo cuando se capitaliza por trimestres.

Problema 12. Imponemos durante 2 años y 8 meses Q 10,000.00; por las que nos pagan el 10 % de interés compuesto anual ¿Qué cantidad nos dará el banco al finalizar el período?

1. Al aplicar el convenio lineal.
2. Con el convenio exponencial.

Problema 13. ¿Cuánto tiempo es preciso colocar un capital de Q 35,000.00 al 5 % para conseguir en régimen de capitalización compuesta un montante de Q 45,000.00?

Problema 14. Pactamos con un acreedor que abonándole hoy Q 50,000.00 a cuenta de Q 200,000.00 que habíamos de pagarle dentro de 2 años, podremos hacerle efectivas Q 160,000.00 dentro de 4 años. ¿A qué tipo de interés compuesto se evaluó la operación?

Problema 15. Si el tanto a que se ha colocado un capital a interés compuesto durante 15 años hubiera sido el triple del que fue, se habría obtenido un capital del triple del que se obtuvo. Hallar este tanto.

A continuación, las leyes de descuento que debes haber aprendido con lo visto clase.

Ley del Descuento Comercial:

Interés del Descuento:

$$D_c = C_0 \times d \times t$$

Capital Final:

$$D_f = C_0 \times (1 - (\mathrm{d} \times \mathrm{t}))$$

Ley del Descuento Racional:

Interés del Descuento:

$$D_r = \frac{(C_0 \times \mathrm{d} \times \mathrm{t})}{1 + (\mathrm{d} \times \mathrm{t})}$$

Capital Final:

$$C_f = \frac{C_0}{1 + (\mathrm{d} \times \mathrm{t})}$$

Ley del Descuento Compuesto:

Interés del Descuento:

$$D_c = C_0 \times \left(1 - (1 + \mathrm{d})^{-t}\right)$$

Capital Final:

$$C_f = C_0 \times (1 + d)^{-t}$$

Capital de Inicio:

$$C_0 = \frac{C_1}{(1 + r)^t}$$

La ley de descuento comercial y racional sólo se utiliza en operaciones a corto plazo (menos de 12 meses). Mientras que la ley de descuento compuesto se puede utilizar en operaciones de corto y largo plazo.

La ley de descuento racional es inversa de la ley de capitalización simple, mientras que la ley de descuento compuesto es la inversa de la ley de capitalización compuesta. Es decir, que si se descuenta un capital, y el importe resultante se capitaliza al mismo plazo y tipo, se vuelve al capital inicial.

La ley de descuento comercial no cumple esta propiedad.

El resultado de aplicar estas leyes es el siguiente:

La mayor carga de intereses Descuento comercial.

La 2a mayor carga de intereses Depende del plazo.

Operaciones < 1 año (*)	Descuento racional.
Operaciones > 1 año (*)	Descuento compuesto.

La menor carga de intereses:

Operaciones < 1 año (*) Descuento compuesto.
Operaciones > 1 año (*) Descuento racional.

(*) El plazo de 1 año es en el caso de que se aplique un mismo tipo de interés anual. Si el mismo tipo de interés que se aplica es trimestral, entonces el plazo sería 3 meses, y así sucesivamente.

Contenido tomado de los siguientes portales web:
1) api.eoi.es que contiene el documento Matemáticas Financieras por Juan Domínguez Jiménez, propiedad de: Escuela de Organización Industrial.
2) deconceptos.com/general/descuento
3) abanfin.com que contiene una Guía de Matemática Financiera.
4) matemáticas-financieras.com que contiene información sobre Descuento Simple y Descuento Compuesto.

EL INTERÉS

Es el beneficio que se obtiene al prestar una cantidad de dinero, capital, durante un cierto tiempo. Es decir, el interés es la diferencia entre el capital final y el capital inicial.

El interés que produce un capital depende del tiempo que esté invertido o prestado, de forma que el interés I producido por un capital C es directamente proporcional al tiempo que esté invertido, y también directamente proporcional al capital C. Entre el interés que produce un capital en un periodo de tiempo y el capital inicial hay, por tanto, una cierta relación.

CÁLCULO DEL INTERÉS

La fórmula del interés la derivaremos a partir de una regla de tres compuesta, planteando de la siguiente forma:

Tiempo	Capital	Interés
1 año	100	i
t	C	I

Dado que la incógnita es el Interés, se queda al final de la regla de tres compuesta, con los siguientes signos: (Observe los signos - y +).

Tiempo	Capital	Interés
1 año	100	i+
t	C	I-

Observa que la incógnita se le coloca el signo -, mientras al calor conocido se le coloca el signo +.

Ahora, analizando el tiempo con el interés bajo la siguiente relación: Si se presta una cantidad de dinero durante 1 año produce un interés i, pero si se presta más de 1 año (puede ser menos de 1 año, pero expresado en forma decimal), se espera que produzca una cantidad mayor de interés. Esto significa que a mayor tiempo mayor interés, por lo que la relación es directamente proporcional, quedando los signos así: Observe bien los nuevos signos.

Tiempo	Capital	Interés
- 1 año	100	i+
+ t	C	I-

Ahora analizaremos el capital, olvidándonos del tiempo.

Decimos que Q 100.00 producen una cantidad de dinero i pero una cantidad de dinero mayor (puede ser menor) produce un mayor interés. Nuevamente tenemos una relación directamente proporcional, por lo que los signos finales quedan así:

Tiempo	Capital	Interés
- 1 año	- 100	i+
+ t	+ C	I-

Como ya dijimos, la incógnita es I, por lo que para encontrar el valor de I, expresamos la regla de tres compuesta de la siguiente forma:

$$I_s = \frac{C*t*i}{1*100} \qquad I_s = \frac{C*t*i}{100}$$

El interés (I), es igual al producto de las cantidades que tienen signos más dividido el producto de las cantidades que tienen signos menos. Observe que al multiplicar el 1 por el 100, queda 100. A partir de esta fórmula se pueden derivar otras fórmulas, lo cual se realizará en clase.

Si ahora, el tiempo se expresa en meses, la regla de tres compuesta se representa así:

Tiempo	Capital	Interés
- 12 meses	- 100	i+
+ t meses	+ C	I-

Que al resolver queda así:

$$I_s = \frac{C*i*t}{12*100} \qquad I_s = \frac{C*i*t}{1200}$$

Como ejercicio, derive la fórmula de interés simple para días.

Por ejemplo:

El señor Joaquín Mendoza Pineda se presenta al Banco de Desarrollo Rural, S. A. Solicita un préstamo de Q 9,300.00 para plazo 5 años, con una tasa de interés del 18% anual.

Hallar el Interés simple y el monto que deberá pagar el señor Mendoza.

DATOS:	*FORMULA*	*CALCULOS*
C = 9,300 quetzales *i = 18%* *t = 5 años* *I = ?*	$I_s = \frac{C*t*i}{100}$	$I_s = \frac{9{,}300*5*18}{100}$ $I_s = 8{,}730$

En conclusión:

El señor Mendoza deberá pagarle al banco Q 8,730.00 de interés simple. De monto deberá pagar:
Monto es igual a Q 9,300.00 + Q 8,730.00 = Q 17,670.00

Otro ejemplo:

Imagínese que se hace un préstamo de Q 5,000.00 con el acuerdo de que al cabo de un año se han de devolver Q 150.00 más de la cantidad prestada.

El interés es de Q 150.00 y el capital Q 5,000.00

$$la\ relación\ es\ de \frac{Q\ 150.00}{Q\ 5,000.00} = 0.03$$

0.03 es el tanto por uno que representa Q 150.00 de Q 5,000.00 que equivale al 3 %.

Relación: Q 150.00 es el 3 % de Q 5,000.00

Esto significa que de cada Q 100.00 prestados, al término de un año tendrá que devolver Q 103.00. De estos Q 100.00 serán para devolver el préstamo y Q 3.00 de intereses. En conclusión se dirá que el dinero está prestado a una tasa del 3%.

El contenido anterior se tomó del portal web sectormatematica.cl; con fines educativos.

Vamos a estudiar como calcular los intereses que nos da el banco cuando ponemos el dinero a plazo fijo, como calcular las cuotas que debemos pagar cuando nos hacen un préstamo, entre otros.

Interés comercial u ordinario. Para calcular este tipo de interés, se utiliza como base de tiempo el año comercial de 360 días (12 meses de 30 días).

Interés real o exacto. Mientras para calcular este tipo de interés se usa el año calendario de 365 días (366 cuando es bisiesto). Es común en este tipo de operación financiera, que para el cálculo del tiempo no se contabiliza un día. Es decir, o no se cuenta el día en que se inicia la operación de otorgamiento o el día en que concluye la operación. Cuando no se especifica se asume el interés comercial u ordinario.

$$\boxed{i = \frac{C_0 \cdot r \cdot t}{100}} \text{ (t en años)} \qquad \boxed{i = \frac{C_0 \cdot r \cdot t}{1.200}} \text{ (t en meses)} \qquad \boxed{i = \frac{C_0 \cdot r \cdot t}{36.500}} \text{ (t en días)}$$

El interés es el beneficio obtenido cuando se invierte (o presta) una cantidad de dinero, que denominamos capital inicial (C_o) durante un período de tiempo determinado (t) y a un rédito anual (r%).

Para poder calcular el interés que obtenemos utilizamos las siguientes fórmulas, dependiendo en cuanto expresemos el período de tiempo que lo invertimos.

Decimos que el interés es simple cuando retiramos los beneficios después de cada período, es decir, esta cantidad no la volvemos a invertir. Por tanto el capital final (C_f) será la suma del capital inicial (C_o) y el interés:

$$C_f = C_0 + i$$

Decimos que el interés es compuesto cuando no se retiran los beneficios de los intereses después de cada período, sino que se sumas con el capital inicialmente invertido convirtiéndose en el nuevo capital inicial.

En este caso, el capital final (C_f) viene dado por:

$$C_f = C_0\left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$$

Por ejemplo:

María Juana invierte Q 8,500.00 en un banco durante 3 años. Si el banco donde invierte su dinero le ofrece un interés simple del 5% anual del capital invertido, ¿cuánto dinero recibirá de intereses en ese tiempo?

Identificamos los datos:

$$r = 5\%$$
$$C_0 = 8.500 \text{ €}$$
$$t = 3 \text{ años}$$

Empleamos la siguiente fórmula:

$$i = \frac{C_0 \cdot r \cdot t}{100}$$

Se sustituyen los datos en la fórmula anterior y operamos:

$$\frac{Q\ 8{,}500.00\ \times 5\ \times 3}{100} = \frac{127{,}500}{100} Q\ 1{,}275.00$$

Contenido tomado del portal web matemática.laguia2000.com; con fines educativos.

HALLANDO EL INTERÉS COMERCIAL Y EXACTO

Otro ejemplo:

Hallar el interés comercial producido por Q 1,000.00 en 180 días, a una tasa de interés del 12% anual.

Solución:

DATOS	FORMULA	CALCULOS
C = 1,000 *i = 12%* *t = 180 días* *I = ?*	$I_s = \frac{C * t * i}{36{,}000}$	$I_s = \frac{1{,}000 * 180 * 12}{36{,}000}$ $I_s = 60$

Conclusión:

El interés comercial producido fue: Q 60.00

Otro ejemplo:

Hallar el interés exacto producido por Q 1,000.00 en 180 días, a una tasa de interés de 12% anual.

Solución:

DATOS	FORMULA	CALCULOS
C = 1,000 *i = 12%* *t = 180 días* *I = ?*	$I_s = \frac{C * t * i}{36{,}500}$	$I_s = \frac{1{,}000 * 180 * 12}{36{,}500}$ $I_s = 59.18$

Conclusión. El interés exacto producido fue de Q 59.18. La diferencia fue de 82 centavos, entre los dos tipos de interés.

RECUERDA:

El interés simple o comercial es el que se calcula considerando el año de 360 días, y el interés real o exacto es el que se calcula con año calendario de 365 días o de 366, si se trata de un año bisiesto.

EJERCICIO 08:

Problema 01. Imagina que inviertes Q 750.00 con una tasa anual del 17.5% durante 90 días, calcular el interés simple total producido.

Problema 02. Realizar el cálculo del interés simple que produce una inversión de Q 10,500.00 en 56 días una tasa del 16.17%.

Problema 03. Encuentra el interés exacto y comercial de un capital de Q 20,000.00 a un interés anual del 9%, desde el 10 de abril al 15 de septiembre del mismo año.

Problema: 04. Calcula el interés que gana un capital de Q 15,000.00 al 12% anual durante 180 días.

Problema 05. Calcula el interés que gana un capital de Q 42,000.00 al 1.5% anual, desde el 15 de junio hasta el 15 de diciembre del mismo año, según las siguientes opciones:

a) con el tiempo aproximado y el año comercial;
b) con el tiempo exacto y el año comercial;
c) con el tiempo aproximado y el año calendario y
d) con el tiempo exacto y el año calendario.

Problema 06. ¿Qué cantidad por concepto de interés simple mensual produce un capital de Q 40,000.00 al 33% anual simple?

Problema 07. ¿Qué cantidad se debe pagar por una deuda de Q 20,000.00 el 22 de junio de 2011 si el pagaré fue firmado el 30 de enero del mismo año, al 8% de interés simple? Encuentra:

a) con tiempo exacto e interés exacto,
b) con tiempo exacto e interés comercial.

Problema 08. ¿Qué cantidad debe invertir hoy al 1.8% de interés simple mensual para tener Q 20,000.00 dentro de 2 meses?

Problema 09. Calcular el interés que produce un capital de Q 6,200.00 invertido el 8 de diciembre al 10 de febrero del año siguiente, a la tasa del 16.75% anual. Realizar el cálculo con tiempo exacto e interés comercial.

Problema 10. ¿Qué cantidad deberemos pagar por un capital e intereses en un plazo de 140 días si nos prestaron Q 5,600.00 a una tasa de 19.5% anual?

VALOR ACTUAL

Para explicar de mejor manera este cálculo es necesario que veas el siguiente ejemplo:

Imagina que la señora Juana López desea recibir hoy Q 15,000.00 donados o recibirlos hasta dentro de un año. Es muy seguro que la mayoría de personas indicaría que lo más conveniente es que los reciba hoy. Pero… analicemos bien qué es lo que ocurre con esta decisión.

El Riesgo = más conviene tener hoy los Q 15,000.00 que tener una promesa de hasta que se cumpla 1 año poder recibirlos.

Pérdida del valor adquisitivo = debido a la inflación, puedo comprar más bienes y servicios con Q 15,000.00 hoy que con esa misma cantidad, dentro de un año.

Costo de oportunidad del dinero = podría dedicar a otros usos más rentables esos Q 15,000.00 Doña Juana y así, obtener más de esos Q 15,000.00 en un año.

El cálculo del valor actual es de gran importancia en las evaluaciones financieras de los proyectos, dato que permite actualizar las ganancias futuras.

Por ejemplo: nos entregan, de determinada inversión que realizamos hace 3 años, a un interés del 11% anual (interés simple) la cantidad de Q 13,2 millones ¿Cuál fue la inversión inicial?

DATOS
Monto: $13_1200,000$
i = 11
t = 3
C = ?

FORMULA

$$C = \frac{M}{\left[\frac{i*t}{100}+1\right]}$$

CALCULOS

$$C = \frac{13_1200{,}000}{\left[\frac{11*3}{100}+1\right]}$$

$$C = \frac{13_1200{,}000}{1.33}$$

$$C = 9_1924{,}812.03$$

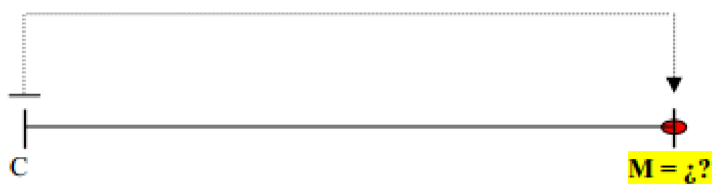
En Conclusión: la inversión que se ha realizado hace tres años fue de Q 9.924,812.03

EJERCICIO 09:

Problema 01. El señor Pablo Santos, dueño del comercial "Esposa Viuda", contrata al señor Julio Pérez, para que le asesore en cierta inversión. Una de las dudas del señor Santos consiste en saber cuánto debe colocar en Banco de Desarrollo Rural, S. A. a una tasa de interés simple anual de 7.5%, durante 5 años, para retirar Q 25,000.00

MONTO

Definición: es el producto de la suma de los intereses y el capital, conocido también como: Valor Futuro.



En el capítulo anterior dijimos que el monto es la suma del capital más el interés producido por este capital, durante determinado tiempo. En forma matemática quedaría así:

$$M = I_s + C$$

Ahora, si expresamos el Interés en forma anual y en función del capital, quedaría así:

$$M = \frac{C*i*t}{100} + C$$

Al factorizar esta expresión por factor común C, queda:

$$M = C\left[\frac{i*t}{100}+1\right]$$

Resolviendo nuevamente un ejemplo de interés, encontrando únicamente el monto queda:

El señor Joaquín Mendoza Pineda se presenta al Banco de Desarrollo Rural, S. A. Solicita un préstamo de Q 9,300.00 para plazo 5 años, con una tasa de interés del 18% anual.

DATOS:

C = 9,300 quetzales

i = 18%
t = 5 años
M = ?

FORMULA

$$M = C\left[\frac{i*t}{100}+1\right]$$

CALCULOS

$$M = 9{,}300\left[\frac{18*5}{100}+1\right]$$

$$M = 9{,}300(1.90)$$

$$M = 17{,}670$$

En conclusión:

El monto es de Q 17,670.00
Este es el mismo valor obtenido en ese ejemplo de interés (más arriba).

EJERCICIO 10:

Problema 01. Invertimos Q 150,000.00 a una tasa del 4.91% anual por un plazo de 90 días. Encuentra el importe total que vamos a recibir.

Problema 02. Invertimos, durante tres años, Q 51,000.00 a una tasa del 10% anual. Los intereses que se serán invertidos nuevamente. Con estos datos, determinar:

a) ¿cuánto cobraremos de intereses cada año?
b) ¿cuál será la cantidad total de intereses que recibiremos al final de nuestra inversión?
c) ¿cuál será nuestra riqueza total, capital más intereses, al final de los tres años?

Problema 03. Encuentra el monto de un capital de Q 150,000.00 con una tasa de interés de 25% simple anual en un tiempo de 9 meses.

Problema 04. ¿Qué monto será producido por un capital de Q 40,000.00 en un año, 7 meses y 21 días al 24%?

Problema 05. Don Juan Juanes debe cancelar Q 14,000.00 a 3 meses, con el 8% de interés. Al momento de pagarla tiene como cláusula de contrato que en caso de mora se le cobre un 10% por el tiempo que exceda del plazo acordado. ¿Qué cantidad tendrá que pagar el señor Juanes 70 días después de la fecha de vencimiento?

CAPITAL

Es el valor al día de hoy, de un flujo de efectivo a futuro descontado con una tasa de interés dada.

Línea del Tiempo

Empleamos la siguiente fórmula:

$$C = \frac{I}{\left(\frac{i}{36000} * p\right)}$$

En donde:

C = capital (capital invertido).
I = Quetzales ganados por concepto de intereses.
i = tasa de interés (nominal a 360 días).
36000 = 360 (días del año natural) por 100 (base porcentual).
P = plazo (número de días al que quiero llevar la tasa).

Por ejemplo:

¿Qué capital se invirtió durante 90 días a la tasa del 4.91% anual para generar Q 1,841.25 de intereses? Encontrando la cantidad que inicial que se invirtió:

$$\frac{Q\ 1{,}841.25}{\left(\frac{4.91}{36000}\right) \times 90} =$$

$$\frac{Q\ 1{,}841.25}{0.012275} =$$

$$\frac{Q\ 1{,}841.25}{0.012275} = Q\ 150{,}000.00$$

El Capital que se invirtió fue de: $Q\ 150{,}000.00$

Anteriormente encontramos el Valor Inicial o Capital que se invirtió para obtener un Valor Final o Capital a Futuro (Capital que se invirtió más intereses).

Ahora, tenemos la siguiente fórmula:

$$C = \frac{M}{\left(\frac{i}{36000} * p\right) + 1}$$

C = Valor a futuro (capital más interese).
M = Monto.
i = tasa de interés (nominal a 360 días).
36000 = 360 (días del año natural) por 100 (base porcentual).
P = plazo (número de días al que quiero llevar la tasa).

Por ejemplo:

Si recibimos una cantidad de Q 151,841.25, luego de un período de 90 días de inversión, ¿qué capital se invirtió al inicio del período a una tasa del 4.90% anual? Empleando la fórmula y sustituyendo valores tenemos:

$$\frac{Q\ 151{,}841.25}{\left(\frac{4.91}{36000} \times 90\right) + 1} =$$

$$\frac{Q\ 151{,}841.25}{1.012275\ + 1} =$$

$$\frac{Q\ 151{,}841.25}{1.012275} = Q\ 150{,}000.00$$

Calculando el Tiempo y la Tasa de Interés

Es importante notar que las ecuaciones de Monto y Capital podemos encontar variables:

1) M = Monto (Valor Futuro)
2) C = Capital (Valor presente)
3) i = Tasa de interés
4) p = Plazo

Si se conocen los valores de tres de estas incógnitas, se puede encontrar el valor de la cuarta incógnita (el Plazo). Número de días al que está la tasa. Es el lapso en que permanece depositado el capital.

¿Cómo se realiza el cálculo aproximado y exacto del tiempo?

Existen dos formas de calcular el número de días Conociendo las fechas inicial y final del calendario. El más usual es el método exacto que incluye todos los días excepto el primero o bien contando los días de cada mes operación mientras dure la operación sin contar el primero, pero si contando el último. El método aproximado del Tiempo se basa en el supuesto de que todos los meses tiene 30 días

Por ejemplo:

Determinar en forma aproximada y exacta el tiempo transcurrido del 10 de junio al 15 de septiembre.

Solución:

Tiempo aproximado
15 - 09 - 2010
10 - 06 - 2010
05 - 03 - 0
∴ *son 3 meses y 5 dias=95 dias*

Tiempo exacto	
Junio	20
Julio	31
Agosto	31
Septiembre	15
∴ *son*	*97 dias*

Por ejemplo:

Determinar el interés ordinario y exacto de Q 10,000.00 al 8% del 15 de abril al 10 de julio del mismo año. Calculando con el tiempo aproximado y exacto.

Solución:

Tiempo aproximado
10 - 07 - 2010
15 - 04 - 2010
40 - 06 - 2010
15 - 04 - 2010
25 - 02 - 0
∴ *son 2 meses y 25 dias=85 dias*

Tiempo exacto	
Abril	15
Mayo	31
Junio	30
Julio	10
∴ *son*	*86 dias*

Información tomada del portal web: solocontabilidad.com

Encontrando el Plazo:

$$p = \left(\frac{I}{C * \frac{i}{100}} \right) * 360$$

En dónde:

P = Plazo.
I = Quetzales ganados por concepto de intereses.
C = Capital invertido.
i = Tasa de interés (nominal a 360 días)
360 = número de días del año natural.

Por ejemplo:

¿Durante cuánto tiempo se invirtieron Q 150,000.00 para generar Q 1,841.25 de interés a una tasa del 4.91% anual? Empleando la fórmula y sustituyendo datos, tenemos que:

$$P = \left[\frac{1{,}841.25}{150{,}000.00 \times \frac{4.91}{100}} \right] \times 360 = \qquad P = \left[\frac{1{,}841.25}{150{,}000.00 \times \frac{4.91}{100}} \right] \times 360 = \qquad P = \left[\frac{1{,}841.25}{150{,}000.00 \times \frac{4.91}{100}} \right] \times 360 =$$

$$P = \left[\frac{1{,}841.25}{7365} \right] \times 360 = \qquad P = [0.25] \times 360 = 90\ días$$

TASA DE INTERÉS O RÉDITO

Se considera que es el porcentaje al que se invierte un capital en un determinado periodo de tiempo. Es decir, es decir, al cociente entre el interés producido y el capital, en una unidad de tiempo. Podría decirse que la tasa de interés es el **precio que tiene el dinero** que se abona o se percibe para pedirlo o cederlo en préstamo en un momento en particular. La tasa de interés puede ser de carácter **fijo** (se mantiene estable mientras dura la inversión o se devuelve el préstamo) o **variable** (se actualiza, por lo general, de manera mensual, para adaptarse a la inflación, y otras variables).

Generalmente se toma como unidad de tiempo el año; en caso contrario, ha de especificarse. La tasa anual de interés se representa por I y viene expresada como un porcentaje (5 %, por ejemplo) o como su equivalente en forma decimal o tanto por uno (0.05). En los cálculos se utiliza generalmente esta última expresión, aunque la información se transmita en forma de tanto por ciento.

Por ejemplo:

Calcular la tasa de interés a que está invertido un capital de Q 40,000.00 si en un año se han convertido en Q 43,200.00

Solución:

El interés que se ha producido es: Q 43,200.00 – Q 40,000.00 = Q 3,200.00. Entonces, la tasa de interés se calcula empleando la siguiente fórmula:

$$i = \left(\frac{I}{C}\right) n$$

I = Quetzales ganados por concepto de intereses.
C = Capital Invertido.
i= Tasa de Interés.
n = Base Nominal (100).

Empleando la fórmula y sustituyendo datos, tenemos:

$$i = \left(\frac{Q\ 3{,}200.00}{Q\ 40{,}000.00}\right) \times 100$$

Multiplicando por la base porcentual, nos queda:

$$i = 0.08 \ \times 100 = \ 8\%$$

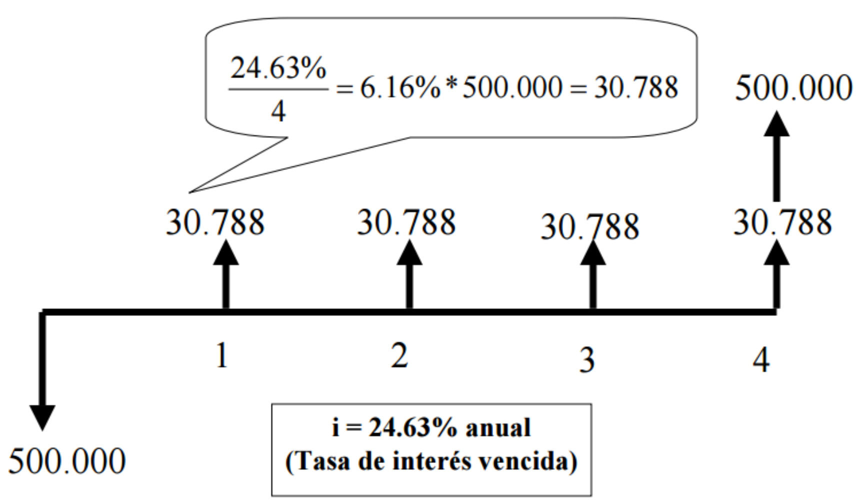
Es decir, la tasa es del 8 %.

O bien, $\frac{40\,000}{3\,200} = \frac{100}{i} \Rightarrow i = \frac{3\,200 \cdot 100}{40\,000} = 8 \Rightarrow i = 8\ \%.$

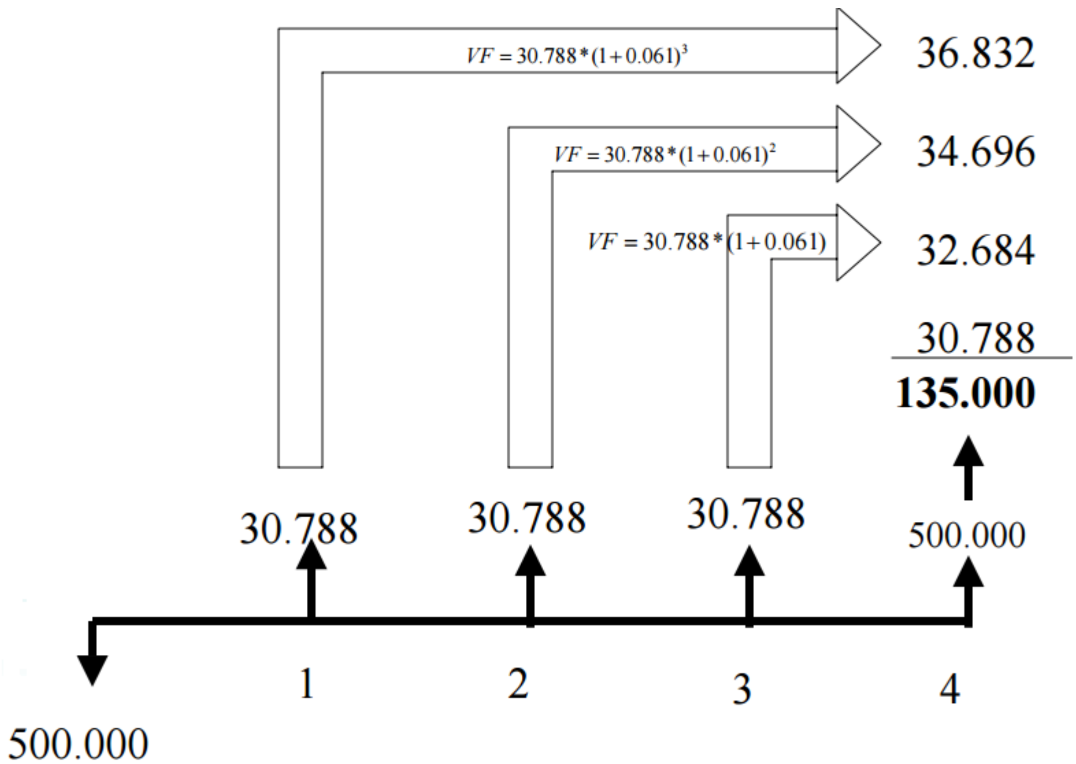
Otro ejemplo:

Don Luis Ponce quiere invertir Q 500,000.00 por lo cual llama a un asesor de su entidad financiera, para que le proponga opciones para colocar su dinero en esta entidad, quien le ofrece dos opciones:

Opción 1. Invertir los Q 500,000.00 en un año, con una tasa del 24.63% anual, en el cual que le paga intereses cada trimestre vencido.



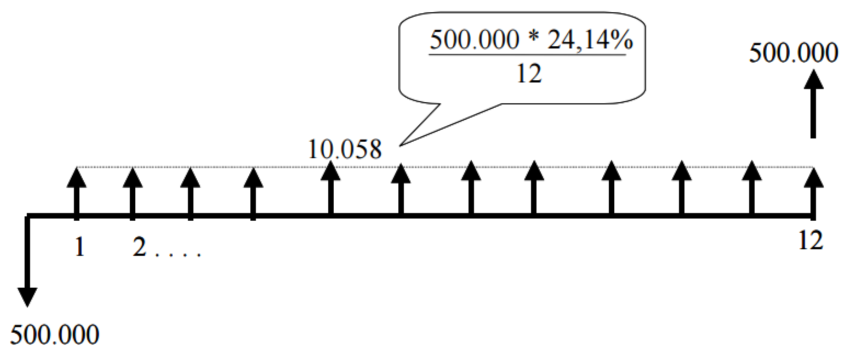
Desarrollo:



Calculo de la Tasa de Interés empleando la Efectiva Anual y Nominal Anual Vencida:

$$i = \frac{I}{VA} \qquad i = \frac{135.000}{500.000{,}00} \qquad \boxed{\mathbf{i=27\%}} \qquad i_{ef} = \left[1 + \frac{i_{nom}}{n}\right]^n - 1 = \left[1 + \frac{24.63\%}{4}\right]^n - 1 = 27\%$$

Opción 2.g Invertir los Q 500,000.00 en un año con una tasa del 24.14% anual, que le paga el intereses cada mes vencido.



$$i_{ef} = \left[1 + \frac{i_{nom}}{n}\right]^n - 1 = \left[1 + \frac{24.14\%}{12}\right]^{12} - 1 = 27\%$$

IMPORTANTE:

Para comprender de mejor manera los tipos de tasas de interés (que son 3) dejamos de último las definiciones como conclusión del ejemplo anterior.

<u>En conclusión</u>:

Tasa Nominal Anual Vencida: es una tasa pactada para un período, pero los rendimientos (intereses) se pagan en períodos menores al pactado en la tasa. 24.63% T.N.A.V.

Tasa Efectiva Anual: es una tasa a la cual se llega capitalizando los intereses pagados antes de que se culmine el período pactado para la tasa nominal. 27% T.E.A.

Tasa Periódica: es la tasa pactada para un periodo. Con ella se calculan los flujos de caja. 6.1% Trimestral vencido.

EJERCICIO 11:

Problema 01. ¿Durante cuánto tiempo se invirtieron Q 150,000.00 para generar Q 1,841.25 de interés a una tasa del 4.91% anual?

Problema 02. ¿Durante cuánto tiempo se invirtieron Q 300,000.00 para generar Q 300.00 de interés a una tasa del 3% anual?

Problema 03. Calcular la tasa de interés a que está invertido un capital de Q 19,000.00 si en un año se han convertido en Q 20,500.00.

Problema 04. Calcular la tasa de interés a que está invertido un capital de Q 50,000.00 si en un año se han convertido en Q 62,300.00.

Problema 05. Calcular la tasa de interés a que está invertido un capital de Q 20,000.00 si en un año se han convertido en Q 35,000.00.

RESPUESTAS Y/O EXPLICACIONES DE PROBLEMAS SEGÚN NÚMERO DE EJERCICIO.

Ejercicio 01: escriba cada uno de los porcentajes como fracción en forma simplificada, según sea el caso.

$\mathbf{1}.\ \frac{3}{20} = 0.15$ $\mathbf{2}.\ \frac{7}{20} = 0.35$ $\mathbf{3}.\ \frac{19}{50} = 0.38$ $\mathbf{4}.\ 0.51$ $\mathbf{5}.\ \frac{17}{20} = 0.85$

$\mathbf{6}.\frac{8}{25} = 0.32$ $\mathbf{7}.\ \frac{27}{50} = 0.54$ $\mathbf{8}.\ 0.33$ $\mathbf{9}.\ \frac{21}{50} = 0.42$ $\mathbf{10}.\ \frac{30}{50} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0.6$

$\mathbf{11}.\frac{14}{25} = 0.56$ $\mathbf{12}.\ \frac{40}{50} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5} = 0.8$ $\mathbf{13}.\ \frac{45}{50} = \frac{9}{10} = 0.9$ $\mathbf{14}.\ \frac{1}{2} = 0.5$ $\mathbf{15}.\ \frac{1}{4} = 0.25$

$\mathbf{16}.\ \frac{40}{50} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5} = 0.8$ $\mathbf{17}.\ \frac{15}{20} = \frac{3}{4} = 0.75$ $\mathbf{18}.\ \frac{30}{50} = \frac{3}{5} = 0.6$ $\mathbf{19}.\ 0.05$ $\mathbf{20}.\ 0.17$

Ejercicio 02: escriba cada una de las fracciones como un porcentaje.

$\mathbf{1}.\ 4\%$ $\mathbf{2}.\ 32\%$ $\mathbf{3}.\ 55\%$ $\mathbf{4}.\ 37\%$ $\mathbf{5}.\ 40\%$

$\mathbf{6}.\ 7\%$ $\mathbf{7}.\ 16\%$ $\mathbf{8}.\ 20\%$ $\mathbf{9}.\ 75\%$ $\mathbf{10}.95\%$

$\mathbf{11}.\ 42\%$ $\mathbf{12}.\ 85\%$ $13.\ 55\%$ $\mathbf{14}.\ 37\%$ $\mathbf{15}.\ 70\%$

$\mathbf{16}.\ 7\%$ $\mathbf{17}.\ 21\%$ $\mathbf{18}.\ 30\%$ $\mathbf{19}.\ 35\%$ $\mathbf{20}.\ 10\%$

Ejercicio 03: expresa en decimales las cantidades correspondientes a los ejercicios 01 y 02.

1. 0.15	**2.** 0.35	**3.** 0.38	**4.** 0.51	**5.** 0.85	**6.** 0.32	**7.** 0.54
8. 0.33	**9.** 0.42	**10.** 0.6	**11.** 0.56	**12.** 0.8	**13.** 0.9	**14.** 0.5
15. 0.25	**16.** 0.8	**17.** 0.75	**18.** 0.6	**19.** 0.05	**20** 0.17	**21.** 0.04
22. 0.32	**23.** 0.55	**24.** 0.37	**25.** 0.4	**26.** 0.07	**27.** 0.16	**28.** 0.2
29. 0.75	**30.** 0.95	**31.** 0.42	**32.** 0.85	**33.** 0.55	**34.** 0.37	**35.** 0.7
36. 0.07	**37.** 0.21	**38.** 0.3	**39.** 0.35	**40.** 0.1		

Ejercicio 04.

Problema 01:

$$C_0 = \frac{C_1}{(1+r)^t}$$

$$C_0 = \frac{Q\ 500{,}000.00}{(1+0.05)^4} = Q\ 411{,}351.24$$

Problema 02:

$$C_0 = \frac{C_1}{\big(1+(r \times t)\big)}$$

$$C_0 = \frac{Q\ 100{,}000.00}{\left(1+\left(0.06 \times \frac{90}{360}\right)\right)} = Q\ 98{,}522.17$$

Problema 03: Para calcular el efectivo que habrá que pagar por la compra de un pagaré de Q 10,000.00 de valor nominal con vencimiento dentro de un año, si el tipo de interés de descuento es del 3.5 %.

$$C_0 = \ C_n\,(1 - i_a\ \times n)$$

$$C_0 = \ Q\ 10{,}000.00\ (1 - 3.5\%\ \times 1) = Q\ 9{,}650.00$$

Problema 04: En el caso de que el vencimiento del pagaré del ejemplo anterior fuera a los 210 días ¿Cuál sería el efectivo?

$$C_0 = \ Q\ 10{,}000.00\ \left(1 - 3.5\%\ \times \frac{210}{365}\right) = Q\ 9{,}800.00$$

Ejercicio 05.

Problema 01: Q 1,000.00

Problema 02: Q 80,000.00

Problema 03: 14 meses.

Problema 04: 1.3% mensual.

Problema 05: Q 75,440.00

Problema 06: Q 48,000.00

Problema 07:

Aplicamos la fórmula del interés: D = C * d * t

Como el plazo está expresado en meses, tenemos que calcular el tipo de descuento en base mensual equivalente al 12% anual.

Luego, d (12) = 12 / 12 = 1,0 (es el tipo de descuento mensual equivalente)

Se podría también haber dejado el tipo anual, y haber puesto el plazo (7 meses) en base anual (= 0.583 años). El resultado habría sido el mismo. Comprobar

Una vez que tengo el tipo mensual equivalente, aplico la fórmula del interés.

Luego, D = Q 800,000.00 * 0.01 * 7 (un tipo del 1% equivales a 0,01)

Luego, D = Q 56,000.00

Problema 08:

Tenemos que calcular el capital final de ambas operaciones

1er importe: Cf = Co - D

Calculamos los intereses de descuento D = Co * d * t

Luego, D = Q 200,000.00 * 0.15 * 0.5 (dejamos el tipo de interés en base anual y expresamos el plazo en año: 6 meses equivale a 0.5 años. Hubiera dado igual dejar el plazo en meses y calcular el tipo de descuento mensual equivalente)

Luego, D = Q 15,000.00

Luego, Cf = Q 200,000.00 – Q 15,000.00 = Q 185,000.00

2do importe: Cf = Co – D

Calculamos los intereses de descuento D = Co * d * t

Luego, D = Q 900,000.00 * 0.15 * 0.4166 (5 meses equivale a 0.4166 años).

Luego, D = Q 56,241.00

Luego, Cf = Q 900,000.00 – Q 56,241.00 = Q 843,759.00

Ya podemos sumar los dos importes

Luego, Cf = Q 185,000.00 + Q 843,759.00 = Q 1.028,759.00

Problema 09:

1er importe: Cf = Co - D

Calculamos los intereses D = Co * d * t

Luego, D = Q 1.000,000.00 * 0,12 * 0,5

Luego, D = Q 60,000.00

Luego, Cf = Q 1.000,000.00 – Q 60,000.00 = Q 940,000.00

2do importe: Cf = Co – D

Calculamos los intereses D = Co * d * t

Luego, D = Q 1.200,000.00 * 0.15 * 0.75

Luego, D = Q 135,000.00

Luego, Cf = Q 1.200,000.00 – Q 135,000.00 = Q 1.065,000.00

Por lo tanto, la opción 2a es mayor.

Problema 10:

Aplicamos la fórmula del interés: D = C * d * t

Luego, Q 40,000.00 = Q 800,000.00 * d * 0.333

Luego, d = Q 40,000.00 / Q 266,400.00 (ya que Q 266,400.00 = Q 800,000.00 * 0.333)

Luego, d = 0.1502

Por lo tanto, hemos aplicado un tipo anual del 15.02%

Ejercicio 06.

Problema 01: Q 100,000.00

Problema 02: Q 78,000.00

Problema 03: Q 97,440.00 y Q 100,000.00

Ejercicio 07.

Problema 01: Q 16,010.32

Problema 02: Q 45, 757.10

Problema 03: Q 16, 010.32

Problema 04: Q 45, 757.10

Problema 05: 3.13 semestres = 564 días.

Problema 06: 3% mensual.

Problema 07: Q 24, 297.35

Problema 08: Q 29, 984.10

Problema 09: Q 137, 874.99 y Q 134, 009.56

Problema 10: $i = 5.65\%$, $J = 5.57\%$ e $i^{(2)} = 2.78\%$

Problema 11: $i = 6.17\%$ y $j^{(4)} = 5.87\%$

Problema 12: C_n = Q 12, 906.67 y Q 12, 893.79

Problema 13: 5 años 1 mes 24 días.

Problema 14: $i = 5.15\%$

Problema 15: $i = 3.95\%$

Ejercicio 08.

Problema 01: Q 32.81

Problema 02: Q 272.76

Problema 03: Q 779.17; Q 764.38; Q 790.00 y Q 775

Problema 04: Q 900.00

Problema 05: Q 315.00; Q 320.25; Q 310.68 y Q 315.86

Problema 06: Q 1,100.00

Problema 07: Q 20,626.84 y Q 20,635.55

Problema 08: Q 19, 305.01

Problema 09: Q 184.62

Problema 10: Q 6,024.66

Ejercicio 09.

Problema 01:

DATOS	FORMULA	CALCULOS
Monto: 25,000 *i = 7.50* *t = 5* *C = ?*	$C = \dfrac{M}{\left[\dfrac{i*t}{100}+1\right]}$	$C = \dfrac{25{,}000}{\left[\dfrac{7.50*5}{100}+1\right]}$ $C = \dfrac{25{,}000}{1.375}$ $C = 18{,}181.82$

Conclusión: Y concluye: Que debe invertir 18,181.82 quetzales, como inversión inicial

Ejercicio 10.

Problema 01: Q 151,841.25

Problema 02: Q 5,100.00; Q 5,300.00 y Q 51,300.00

Problema 03:

Organizamos:

C= Q 150,000.00
i= 25% convertido a decimales .025
t= 9 meses

Remplazamos:

M = C (1+ i t)
M = 150,000 (1+ (0.25) (9/12))
M = Q 178,125.00

Problema 04:

Organizamos:

C= Q 40,000.00
i= 24%, convertido a decimales sería 0.24
t= Nos dán el tiempo y distintas unidades, por lo que hay que UNIFICAR(tiempo bancario)
1 año*360 días= 360 días
7 meses*30 días= 210 días
21 días = 21 días

SUMAMOS= 591 días.

OJO= Como la tasa de interes es ANUAL, entonces el tiempo debe ser ANUAL
t = 591/360

Remplazamos:

M = C (1+ i t)

M = 40,000 (1+ (0.24) (591/360))
M = 55,760

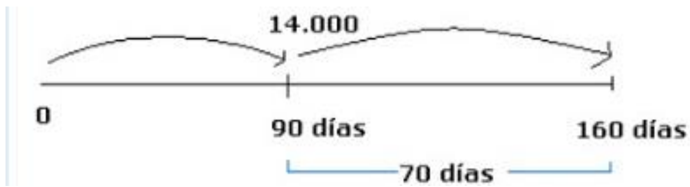
R/ El monto será de Q 55, 760.00

Problema 05.

Organizamos:

Debemos fijarnos en el hecho que tenemos un Capital, pero 2 valores para tiempo y 2 valores para tasa de interés.

Los valores son dados para: Si la persona cancela a TIEMPO o DESPUÉS del día acordado. Hagamos una gráfica para ayudarnos.



Se nos pregunta ¿qué cantidad paga el deudor, 70 días después del vencimiento?, para resolver el problema debemos a) saber cuánto pagaría la persona a los 90 días b) descubrir cuanto pagaría 70 días después de la fecha de vencimiento.

Remplazamos:

Parte a:

C= Q 14,000.00
n= 3 meses (lo convertimos a años. 1 año=12 meses) r=8% tasa de interés (convertido a decimales nos quedaría 0.08

Ma = C(1+nr)
Ma= Q 14,000.00 [1+ (3/12) (0.08)]
Ma= Q 114,280.00

Parte b:
P= Q 14,280.00 (porque a lo que debíamos pagar debemos sumarle los 70 días)
n= 70 días (lo convertimos a años. 1 año=365 días)
r= 10% tasa de interés (convertido a decimales nos quedaría 0.10)

Mb = P(1+nr)
Mb = Q 14,280.00 [1+ (70/365) (0.10)]
Mb = Q 14,553.86
R// La persona deberá pagar un monto de Q 14,553.86 si se pasa 70 días del tiempo estipulado.

Ejercicio 11.

Problema 01: 90 días.

Problema 02: 12 días.

Problema 03: 7.89%

Problema 04: 26%

Problema 05: 75%

Nota: queda al criterio del maestro el realizar el cálculo de los demás tipos de interés y aplicar al alumno el tema. Si posee el tiempo según bimestre.